

الأدهم
فى
الهندسة
الصف الأول الثانوى
الترم الاول
٢٠٢٠
هدية
مجانية
إعداد
أ/ محمد أدهم
ت / ٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

الدرس الأول : تشابه المضلعات

علامة التشابه ∽
علامة التطابق ≡

يتشابه المضلعان إذا

١ تتساوى قياسات زواياهما المتناظرة
٢ تتناسب أطوال أضلاعهما المتناظرة

ولابد من تحقق الشرطين معاً

ملاحظات

١ تكتب المضلعات المتشابهة بنفس ترتيب الرؤوس المتناظرة

مثلاً إذا كان أ ب جـ د ∽ س ص ع ل

فإن ق($\hat{أ}$) = ق($\hat{س}$)

، ق($\hat{جـ}$) = ق($\hat{ع}$)

، $\frac{أب}{سص} = \frac{بجـ}{صع} = \frac{جـد}{عل} = \frac{دأ}{لس} = ك$

٢ يسمى معامل التشابه ك

إذا كان ك > ١

فإن المضلع الأول تكبير للثاني

أو الثاني تصغير للأول

٣ وإذا كان ٠ < ك < ١

فإن الأول تصغير للثاني

أو الثاني تكبير للأول

٤ وإذا كان ك = ١

فإن المضلعان متطابقان

٥ المضلعان المتطابقان هما مضلعان متشابهان ومعامل التشابه = ١

٦ كل مضلعين متطابقين فهما متشابهين وليس كل مضلعين متشابهين يكونان متطابقان

٧ المضلعان المتشابهان لثالث متشابهان

٨ كل المضلعات المنتظمة التي لها نفس العدد من الأضلاع تكون متشابهة

مثلاً

كل المربعات متشابهة

كل المثلثات متساوية الأضلاع متشابهة

كل الخماسي المنتظم متشابه

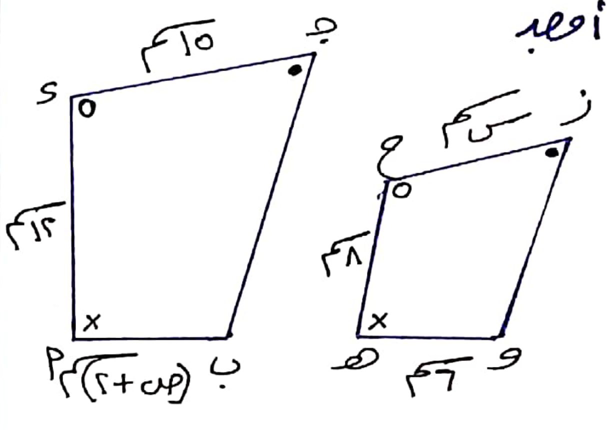
وهكذا

⑨ إذا كان معامل التشابه (١) فإن المضلعان يكونان متطابقان

⑩ النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين = النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما

مثال ١

المضلع أ ب جـ د ∼ المضلع هـ و ز ح أوجد



① معامل تشابه أ ب جـ د للمضلع هـ و ز ح

② قيمة كلاً من س ، ص

الحل

أ ب جـ د ∼ هـ و ز ح

$\frac{أب}{هو} = \frac{بجـ}{وز} = \frac{جـد}{زح} = \frac{أد}{هح}$

$\frac{ص+٢}{٦} = \frac{بجـ}{وز} = \frac{١٥}{س} = \frac{١٢}{٨} = ك$

∴ ك $= \frac{١٢}{٨} = \boxed{\frac{٣}{٢}}$

∵ $\frac{١٥}{س} = \frac{١٢}{٨}$

∴ س $= \frac{١٥ \times ٨}{١٢} = \boxed{١٠ سم}$

، ∵ $\frac{ص+٢}{٦} = \frac{١٢}{٨}$

∴ $(ص+٢) = \frac{٦ \times ١٢}{٨}$

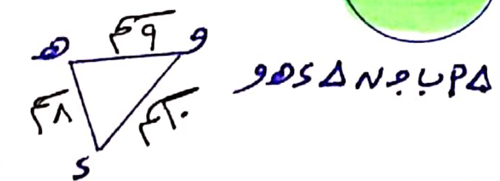
ص + ٢ = ٩ ∴ ص = ٩ − ٢

∴ ص = $\boxed{٧ سم}$

مثال ٢

فى الشكل المقابل

△ أ ب جـ ∼ △ د هـ و



محيط المثلث أ ب جـ = ٨١ سم

أوجد أطوال أضلاع △ أ ب جـ

الحل

∵ محيط △ أ ب جـ = ٨١ سم

، محيط △ (د هـ و) = (٨ + ٩ + ١٠) = ٢٧ سم

$\frac{محيط أ ب جـ}{محيط د هـ و} = \frac{٨١}{٢٧} = ٣$

∴ $\frac{أب}{دهـ} = \frac{بجـ}{هـو} = \frac{أجـ}{دو} = ٣$

$\frac{أب}{٨} = \frac{بجـ}{٩} = \frac{أجـ}{١٠} = ٣$

∴ أ ب = ٣ × ٨ = $\boxed{٢٤ سم}$

ب جـ = ٣ × ٩ = ٢٧ سم

أ جـ = ٣ × ١٠ = ٣٠ سم

مثال ٣

المضلع أ ب جـ ء ~ المضلع س ص ع ل فإذا كان أ ب = ٣٢ سم ، ب جـ = ٤٠ سم ، س ص = ٣م - ١ ، ص ع = ٣م + ١ فأوجد قيمة م العددية

الحل

∵ أ ب جـ ء ~ س ص ع ل

أ ب / س ص = ب جـ / ص ع

٣٢ / (٣م - ١) = ٤٠ / (٣م + ١)

٣٢ (٣م + ١) = ٤٠ (٣م - ١)

٩٦م + ٣٢ = ١٢٠م - ٤٠

٩٦م - ١٢٠م = - ٤٠ - ٣٢

- ٢٤م = - ٧٢

∴ م = -٧٢ / -٢٤ = ٣



مثال ٤

مستطيل بعداه ١٠ سم ، ٦ سم أوجد محيط ومساحة مستطيل آخر إذا كان معامل التشابه = ٣

الحل

∵ معامل التشابه = ٣ > ١

∴ المستطيل المطلوب تكبير للمعطى

∵ طول الأول / ١٠ = عرض الأول / ٦ = ٣

∴ طول المستطيل = ٣ × ١٠ = ٣٠ سم

وعرض المستطيل = ٣ × ٦ = ١٨ سم

محيط المستطيل = (الطول + العرض) × ٢

= ٢ × (٣٠ + ١٨) = ٩٦ سم

مساحة المستطيل = الطول × العرض

= ٣٠ × ١٨ = ٥٤٠ سم²

مثال ٥

أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ٤ سم ، ب جـ = ٥ سم ، أ جـ = ٨ سم أوجد أطوال أضلاع مثلث آخر مشابه له إذا كان معامل التشابه = ٠.٧

الحل

∵ معامل التشابه ك = ٠.٧ < ١

∴ المثلث المطلوب تصغير للمثلث أ ب جـ

نفرض أن △ س ص ع ~ △ أ ب جـ

∴ س ص / أ ب = ص ع / ب جـ = س ع / أ جـ = ٠.٧

$\therefore$ سص/٤ = صع/٥ = سع/٨ = ٧ر٠

$\therefore$ سص = ٤ × ٧ر٠ = ٢ر٨ سم

، صع = ٥ × ٧ر٠ = ٥ر٣ سم

، سع = ٨ × ٧ر٠ = ٦ر٥ سم

اختر

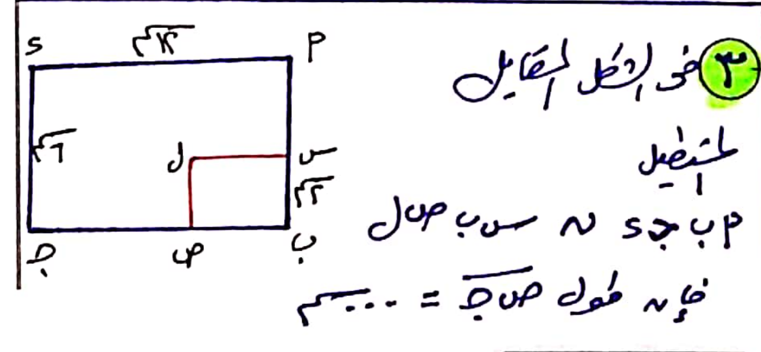
① لكى يتشابه المضلعان م١ ، م٢ يكون كافياً الحصول على ....

(أ) زواياهما المتناظرة متساوية فى القياس فقط.
(ب) أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة فقط.
(ج) (أ) ، (ب) معاً.
(د) مفيش حاجه من اللى فات

② لكى يتشابه المعينان أ ب جـ د ، س ص ع ل يكون كافياً الحصول على ....

(أ) ق(أ) = ٦٠° ، ق(ص) = ١٢٠° فقط
(ب) محيط المعين أ ب جـ د = ٢ محيط المعين س ص ع ل
(ج) (أ) ، (ب) معاً
(د) الاجابه تونس

③ فى الشكل المقابل



المستطيل أ ب جـ د ~ س ب ص ل

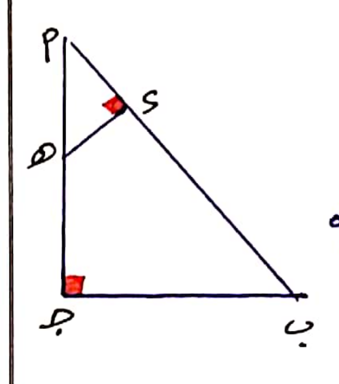
فإن طول صجـ = ... سم

(أ) ٦ (ب) ٨ (جـ) ١٠ (د) ١١

$\therefore$ س ب/أ د = ب ص/د جـ ، ٢/٦ = ب ص/١٢

$\therefore$ ب جـ = (٢ × ١٢)/٦ = ٤ سم $\therefore$ ص جـ = ٨ سم

④ فى الشكل المقابل



Δ أ ب جـ ~ Δ أ هـ د

وكان ق(ب) = ٣س + ١٠°

، ق(أهـد) = س + ٣٠°

فإن ق(أ) = ...°

(أ) ٥٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٣٠° (د) ٦٠°

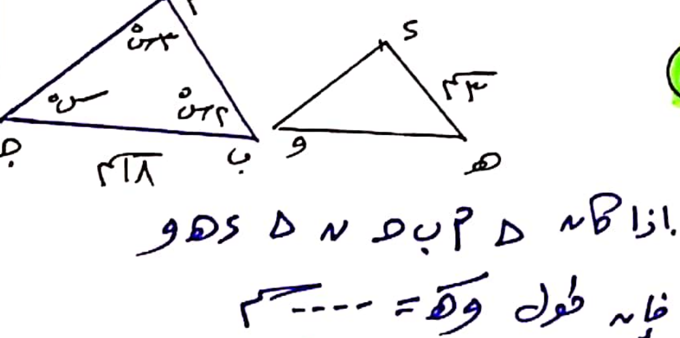
من لوازم التشابه ق(ب) = ق(أهـد)

$\therefore$ ٣س + ١٠ = س + ٣٠

٢س = ٢٠ $\therefore$ س = ١٠°

$\therefore$ ق(ب) = ٤٠° $\therefore$ ق(أ) = ٥٠°

⑤



إذا كان Δ أ ب جـ ~ Δ د هـ و

فإن طول وهـ = ... سم

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

فيه أكثر من حل

Δ أ ب جـ قياسات زواياه تدل انه قائم فى أ

وفيه ق(جـ) = ٣٠° $\therefore$ الضلع المقابل لها نصف الوتر

وفى Δ د هـ و $\therefore$ د هـ = ½ هـ و

$\therefore$ هـ و = ٦ سم



١ أكمل

١) يتشابه المضلعان إذا .... ، ....

٢) كل المضلعات المتطابقة تكون ....

٣) المضلعان المشابهان لثالث ....

٤) إذا كان معامل التشابه ١ كان المضلعان ....

٥) مضلعان متشابهان النسبة بين ضلعيهما ٠٫٣ فإن النسبة بين محيطيهما ....

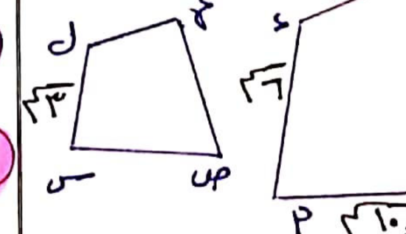
٦) كل المربعات تكون ....

٧) المضلعات المنتظمة التي لها نفس العدد من الأضلاع تكون ....

٨) النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين = النسبة بين ....

٢

أ ب جـ د ~ س ص ع ل

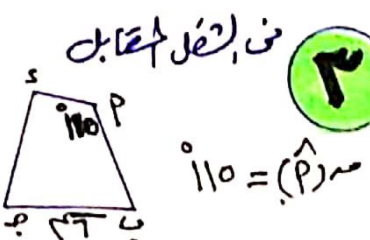


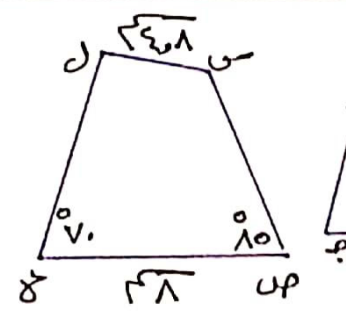
باستخدام الأطوال المبينة على الرسم أوجد طول $\overline{سص}$ ، $\overline{صع}$ ، $\overline{عل}$

٣

من الشكل المقابل

ق(∠أ) = ١١٥°





احسب ق(∠س ل ع) وطول $\overline{أد}$

وإذا كان محيط المضلع أ ب جـ د = ١٩٫٥ سم

احسب محيط المضلع س ص ع ل

٤

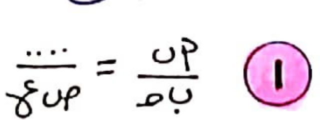
△ أ ب جـ فيه أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ٦ سم ، أ جـ = ٩ سم أوجد أطوال أضلاع مثلث مشابه له إذا كان معامل التشابه = ٢

٥

مستطيلان متشابهان بعدا الأول ٨ سم ، ١٢ سم ومحيط الثاني = ٢٠٠ سم أوجد بعدا المستطيل الثاني ومساحته

٦

إذا كان أ ب جـ د ~ س ص ع ل أكمل



١) $\frac{أب}{ب جـ} = \frac{......}{ص ع}$

٢) أ ب × ع ل = س ص × ......

٣) ق(∠ب) = ق(∠....)

٤) $\frac{محيط ...}{محيط ...} = \frac{س ص}{أ ب}$

واحد ومراته مابيتكلموش

مراته جابت ورقه وكتبتله : انا عايزه اروح عند أهلي

كتبلها : مفيش مرواح

راحت جابت ورقه كبيره وكتبتله : انا بقولك عايزه اروح عند أهلي



كتبلها : مفيش مرواح وماتعليش صوتك عليا تاني :D

الدرس الثاني : تشابه المثلثات

في الدرس ده هندرس حالة واحدة فقط

الحالة الأولى : زاويتان

يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاويتان في أحدهما مع نظائرهما في المثلث الآخر

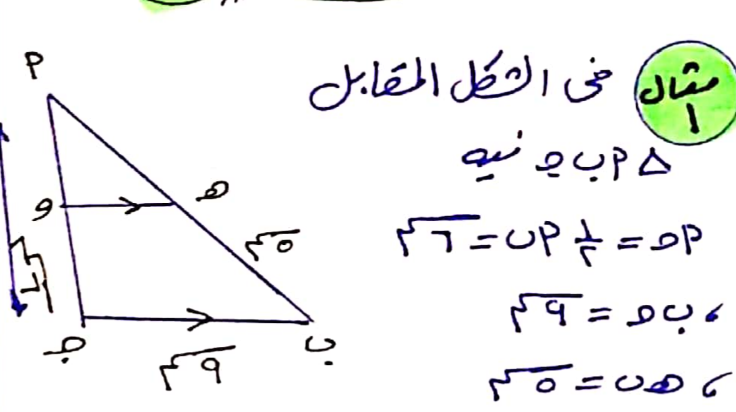


(١) في المثلث القائم
متشابهين زاوية حادة

(٢) في المثلث المتساوي الساقين
متشابهين زاوية حادة مع زاوية قاعدة
أو زاوية الرأس مع زاوية الرأس

(٣) في المثلث المتساوي الأضلاع
متشابهين سلامتك بس
لأنهم متشابهين فاكر ملاحظات الدرس
اللي فات





مثال ١ في الشكل المقابل
Δ أ ب جـ فيه
أ جـ = ½ أ ب = ٦ سم
، ب جـ = ٩ سم
، هـ ب = ٥ سم
، هـ و // ب جـ

(١) اثبت أن Δ أ هـ و ~ Δ أ ب جـ
(٢) أوجد طول هـ و ، جـ و

الحل

ΔΔ أ هـ و ، أ ب جـ فيهما
- ق(∠أ هـ و) = ق(∠ب) بالتناظر
- ق(∠أ و هـ) = ق(∠جـ) بالتناظر
- ق(∠أ) مشتركة

∴ Δ أ هـ و ~ Δ أ ب جـ # أولاً

∵ أ جـ = ٦ سم ، ½ أ ب = ٦ سم
∴ أ ب = ١٢ سم ، ∵ ب هـ = ٥ سم
∴ أ هـ = ٧ سم

من التشابه
$$\frac{أو}{أجـ} = \frac{هـو}{بجـ} = \frac{أهـ}{أب}$$
$$\frac{أو}{٦} = \frac{هـو}{٩} = \frac{٧}{١٢}$$

∴ هـو = $\frac{٩ \times ٧}{١٢}$ = ٥,٢٥ سم

، أو = $\frac{٧ \times ٦}{١٢}$ = ٣,٥ سم

∵ ، أهـ = ٦ سم ، أو = ٣,٥ سم

∴ هـو = ٦ − ٣,٥ = ٢,٥ سم

ثانياً #

مثال ٢

في الشكل المقابل

ق(أهـ̂د) = ق(أب̂ج)

(١) اثبت أن △ أبج ~ △ أهـد

(٢) أوجد طول بج ، هـج

الحل

△△ أبج ، أهـد فيهما

ق(أب̂ج) = ق(أهـ̂د)

(أ̂) زاوية مشتركة

∴ △ أبج ~ △ أهـد

∴ $\frac{أب}{أهـ} = \frac{بج}{هـد} = \frac{أج}{أد}$

$\frac{٢٠}{١٠} = \frac{بج}{٩} = \frac{أج}{٨}$

∴ بج = $\frac{٢٠ \times ٩}{١٠}$ = ١٨ سم

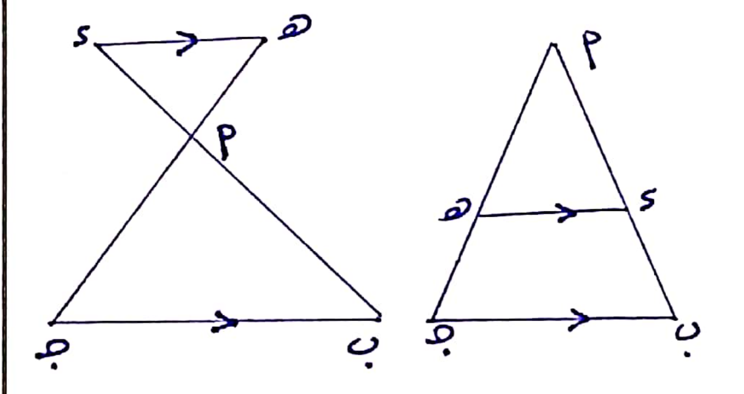
، أج = $\frac{٢٠ \times ٨}{١٠}$ = ١٦ سم

∴ هـج = ١٦ − ١٠ = ٦ سم

الفكرة الثانية

نتيجة (١)

إذا رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث ويقطع الضلعين الآخرين أو المستقيمين الحاملين لهما فإن المثلث الناتج يشابه المثلث الأصلي.



△ أدهـ ~ △ أبج

مثال ٣

في الشكل المقابل اثبت أن

△ أبج ~ △ أدهـ

ثم أوجد قيمة س

الحل

△△ أدهـ ، أبج فيهما

ق(أد̂هـ) = ق(ب̂) بالتناظر

ق(أهـ̂د) = ق(ج̂) بالتناظر

(أ̂) مشتركة

∴ Δ أ د هـ ~ Δ أ ب جـ

∴ $\frac{أد}{أب} = \frac{د هـ}{ب جـ}$

∴ $\frac{4}{6} = \frac{4س - 5}{س + 5}$

$4(س + 5) = 6(4س - 5)$

$4س + 20 = 24س - 30$

$4س - 24س = -30 - 20$

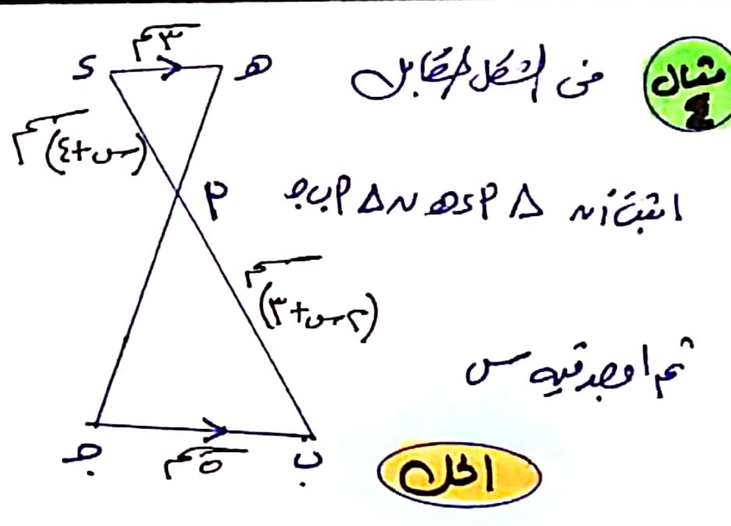
$-20س = -50$

∴ $س = \frac{-50}{-20} = 2,5$

مثال ٤ في الشكل المقابل

اثبت أن Δ أ د هـ ~ Δ أ ب جـ

ثم أوجد قيمة س



الحل

Δ Δ أ د هـ ، أ ب جـ فيهما

ق($\hat{د}$) = ق($\hat{ب}$) بالتبادل

ق($\hat{هـ}$) = ق($\hat{جـ}$) بالتبادل

∴ Δ أ د هـ ~ Δ أ ب جـ

$\frac{أد}{أب} = \frac{د هـ}{ب جـ} = \frac{أ هـ}{أ جـ}$

$\frac{س + 4}{2س + 3} = \frac{3}{5}$

$5(س + 4) = 3(2س + 3)$

$5س + 20 = 6س + 9$

$5س - 6س = 9 - 20$

$-س = -11$

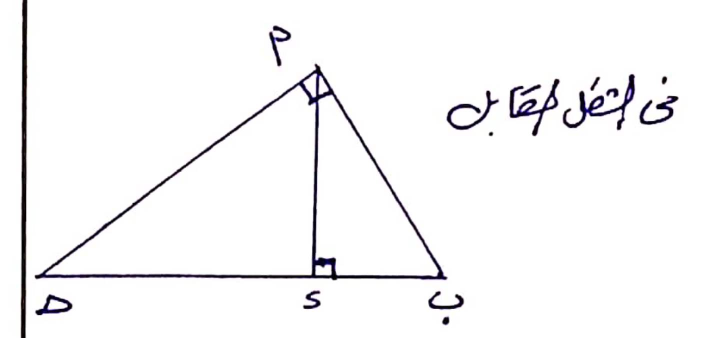
∴ $س = 11$



فاكرة إقليدس

إذا رسم من رأس المثلث القائم عمود على الوتر انقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين وكلاهما يشابه المثلث الأصلي.

في الشكل المقابل



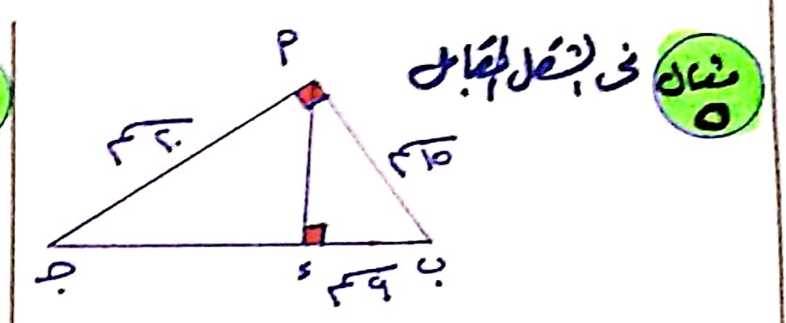
Δ د ب أ ~ Δ د أ جـ ~ Δ أ ب جـ

وبكليدس

* $(أب)^2 = ب د \times ب جـ$ * $(أجـ)^2 = جـ د \times جـ ب$

* $(أد)^2 = د ب \times د جـ$ * $أد \times ب جـ = أب \times أجـ$

مثال ٥ في الشكل المقابل



أوجد طول $\overline{أء}$ ، $\overline{ءجـ}$

الحل

∵ △ أ ب جـ قائم الزاوية في أ
وفيه $\overline{أء} \perp \overline{بجـ}$

∴ △ ء ب أ ~ △ ء أ جـ

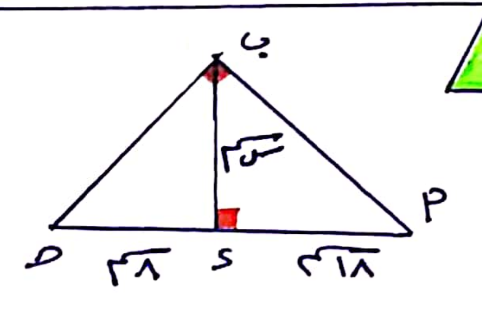
$$\therefore \frac{بء}{ءأ} = \frac{بأ}{أجـ} = \frac{أء}{ءجـ}$$

$$\frac{٩}{أء} = \frac{١٥}{٢٠} = \frac{أء}{ءجـ}$$

$$\therefore أء = \frac{٩ \times ٢٠}{١٥} = ١٢ \text{ سم}$$

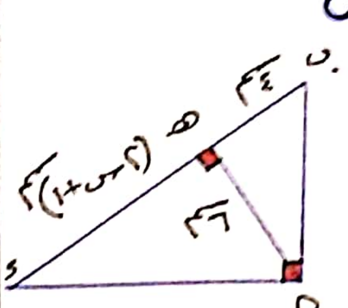
$$ءجـ = \frac{٢٠ \times ١٢}{١٥} = ١٦ \text{ سم}$$

تدريب



أوجد قيمة س العددية

مثال ٦ أوجد قيمة س



الحل

∵ △ جـ ء ب قائم الزاوية في جـ وفيه $\overline{جـهـ} \perp \overline{بء}$

∴ △ هـ ء جـ ~ △ هـ جـ ب

$$\therefore \frac{هـء}{هـجـ} = \frac{هـجـ}{هـب} \quad \therefore (هـجـ)^2 = هـء \times هـب$$

$$\therefore (٦)^2 = ٤ \times (٢س+١)$$

$$٣٦ = ٨س + ٤$$

$$\therefore ٨س = ٣٢ \quad \therefore س = ٤$$

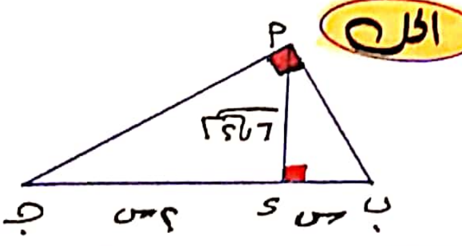
مثال ٧ △ أ ب جـ قائم الزاوية في أ ، رسم $\overrightarrow{أء} \perp \overline{بجـ}$ يقطعه في ء

وإذا كان $\frac{بء}{ءجـ} = \frac{١}{٢}$

، $أء = ٦\sqrt{٢}$ سم

فأوجد طول $\overline{بء}$ ، $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$

الحل



$$\because \frac{بء}{ءجـ} = \frac{١}{٢}$$

نفرض أن ب ء = س سم ، ء جـ = ٢س سم

∵ △ أ ب جـ قائم الزاوية في أ وفيه $\overline{أء} \perp \overline{بجـ}$ ∴ △ ء ب أ ~ △ ء أ جـ

$$\therefore (أء)^2 = بء \times ءجـ$$

$$\therefore (٦\sqrt{٢})^2 = س \times ٢س$$

$$\therefore ٢س^2 = ٧٢$$

$$\therefore س^2 = \frac{٧٢}{٢} = ٣٦$$

∵ س = ٦√٣٦ = ٦ سم

∴ ب ء = ٦ سم ، ء جـ = ١٢ سم

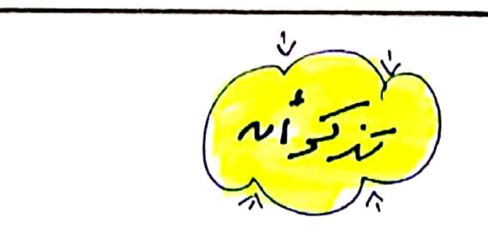
∴ ب جـ = ١٨ سم

∵ (أ ب)^2 = ب ء × ب جـ = ٦ × ١٨

∴ أ ب = ٦√٣ سم

∵ (أ جـ)^2 = جـ ء × جـ ب = ١٢ × ١٨

∴ أ جـ = ٦√٦ سم



١) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة تكون قائمة

٢) قياس الزاوية المحيطية = ½ قياس المركزية

٣) قياس الزاوية المماسية = قياس المحيطية المرسومة معها على نفس القوس

٤) المماس للدائرة يكون عمودى على نصف القطر من نقطة التماس

٥) الزوايا المحيطية التى تحصر نفس القوس أو أقواس متساوية تكون متساوية فى القياس

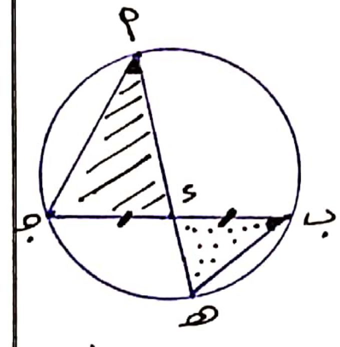
٦) فى الشكل الرباعى الدائرى

* كل زاويتين متقابلتين متكاملتين
* قياس الزاوية الخارجية عند أى رأس = قياس الزاوية الداخلة المقابلة لهذا الرأس.

مثال ٨

أ هـ ، ب جـ وتران فى دائرة متقاطعان فى ء حيث ء منتصف ب جـ أثبت أن (ب ء)^2 = أ ء × ء هـ

الحل



العمل نرسم أ جـ ، ب هـ

البرهان

△△ أ ء جـ ، ب ء هـ

فيهما { ق(∠أ) = ق(∠ب) محيطيتان على نفس القوس ، ق(∠أ ء جـ) = ق(∠ب ء هـ) بالتقابل بالرأس }

∴ △ أ ء جـ ~ △ ء ب هـ

وينتج أن $\frac{أ ء}{ء ب} = \frac{ء جـ}{ب هـ}$

∴ ب ء × ء جـ = أ ء × ب هـ

، ∵ ب ء = ء جـ

∴ ب ء × ب ء = أ ء × ب هـ

(ب ء)^2 = أ ء × ب هـ #

مثال (٩)

فى △ أ ب جـ : أ جـ > أ ب ، م ∈ أ جـ

حيث ق (∠أ ب م) = ق (∠جـ)

اثبت أن (أ ب)^٢ = أ م × أ جـ

الحل

△△ أ ب م ، أ جـ ب

فيهما { (∠أ) مشتركة. ، ق(∠أ ب م) = ق(∠جـ)

∴ △ أ ب م ~ △ أ جـ ب

∴ $\frac{أ ب}{أ جـ} = \frac{ب م}{جـ ب} = \frac{أ م}{أ ب}$

∴ (أ ب)^٢ = أ م × أ جـ #.

مثال (١٠)

فى الشكل المقابل:

△ أ ب جـ قائم الزاوية فى أ

، أ ء ⊥ ب جـ ، ء هـ ⊥ أ ب

، ء و ⊥ أ جـ

اثبت أن

(أ) △ أ ء هـ ~ △ جـ ء و

(ب) مساحة المستطيل

أ هـ ء و = √(أ هـ × هـ ب × أ و × و جـ)

الحل

∵ (∠جـ) تتمم (∠ء أ جـ) فى △ أ ء جـ

، (∠هـ أ ء) تتمم تتمم (∠ء أ جـ) لأنهما قائمة

∴ ق (∠جـ) = ق (∠هـ أ ء) ← (١)

، ق (∠ء هـ أ) = ق (∠ء و جـ) = ٩٠ ← (٢)

من ①، ②

∴ △ أ ء هـ ~ △ جـ ء و # أولاً

∵ (ء هـ)^٢ = أ هـ × هـ ب

∴ ء هـ = √(أ هـ × هـ ب)

، ∵ (ء و)^٢ = أ و × و جـ

∴ ء و = √(أ و × و جـ)

∴ مساحة المستطيل أ هـ ء و = ء هـ × ء و

= √(أ هـ × هـ ب × أ و × و جـ) # ثانياً

مثال (١١)

△ أ ب جـ منفرج الزاوية

فى أ ، أ ب = أ جـ

، رسم أ ء ⊥ أ ب

ويقطع ب جـ فى ء

اثبت أن ٢(أ ب)^٢ = ب ء × ب جـ

الحل

العمل: نرسم أ هـ ⊥ ب جـ

البرهان: ∵ أ ب = أ جـ ، أ هـ ⊥ ب جـ

∴ ب هـ = ½ ب جـ ← (٢)

∵ $(أب)^2 =$ ب هـ × ب د ← ②

∴ من ①، ②

∴ $(أب)^2 = \frac{1}{2}$ ب جـ × ب د

∴ $2(أب)^2 =$ ب جـ × ب د #.

مثال (١٢)

$\overline{أب}$ ، $\overline{جد}$ وتران في دائرة ، $\overleftarrow{أب} \cap \overleftarrow{جد} = \{هـ\}$

حيث هـ خارج الدائرة ، أب = ٤سم

، د جـ = ٧سم ، ب هـ = ٦سم

اثبت أن △ د أ هـ ∼ △ ب جـ هـ

ثم أوجد طول $\overline{د هـ}$

الحل

∵ $\hat{أ}$ ، $\hat{جـ}$ محيطيتان تحصران نفس القوس (ب د)

∴ ق($\hat{أ}$) = ق($\hat{جـ}$)

، ∵ $\hat{هـ}$ مشترك

∴ △ أ د هـ ∼ △ جـ ب هـ # أولاً.

∴ $\frac{د هـ}{ب هـ} = \frac{أ هـ}{جـ هـ}$ ∴ $\frac{د هـ}{6} = \frac{10}{7 + د هـ}$

∴ ٧ د هـ + $(د هـ)^2$ = ٦٠

$(د هـ)^2$ + ٧ د هـ − ٦٠ = ٠

(د هـ + ١٢)(د هـ − ٥) = ٠

د هـ = −١٢ مرفوض ∴ د هـ = ٥سم

∴ جـ هـ = ١٢سم # ثانياً.

---

(١٣) في الشكل المقابل

إذا كانت $\frac{س - ص}{س + ص} = \frac{2}{7}$

فإن أ هـ = ... سم

(أ) ١٦ (ب) ١٥ (جـ) ١٢ (د) ١٠

∵ $\frac{س}{ص} = \frac{أ جـ}{أ هـ}$ ∴ س = ل(أ هـ + ٨)، ص = ل أ هـ

∵ $\frac{ل(أ هـ + 8) - ل أ هـ}{ل(أ هـ + 8) + ل أ هـ} = \frac{2}{7}$ ∴ $\frac{8}{2 أ هـ + 8} = \frac{2}{7}$

٤ أ هـ + ١٦ = ٥٦ ، ٤ أ هـ = ٤٠ ، أ هـ = ١٠سم

---

(١٤) في الشكل المقابل

إذا كانت أ جـ = ١٨سم

م نقطة تلاقي المتوسطات △ أ ب جـ

فإن طول $\overline{و م}$ = ... سم

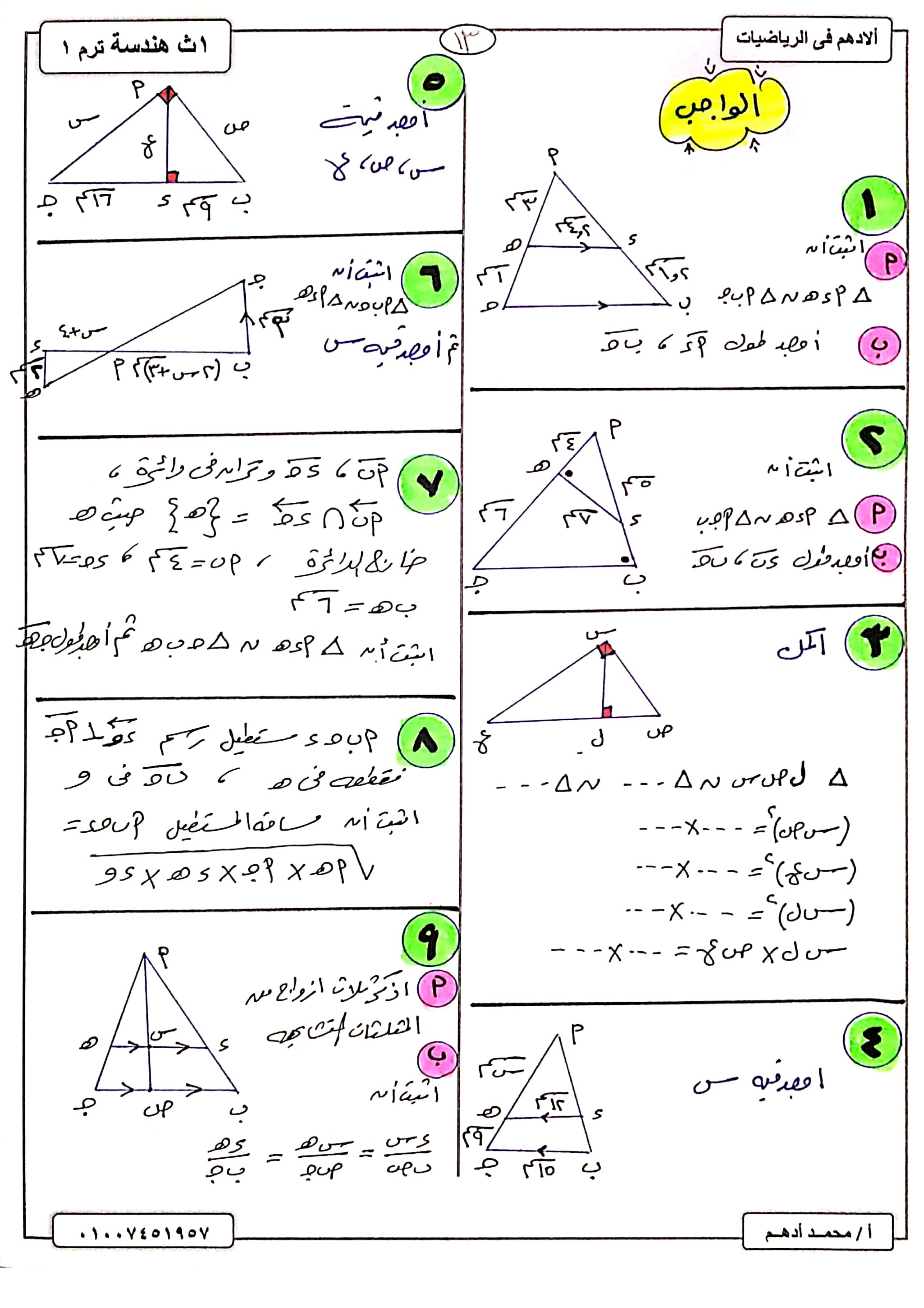
(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٨

∵ د هـ = $\frac{1}{2}$ أ جـ = ٩سم (قطعة مرسومة بين منتصفي ضلعين)

∵ م نقطة تلاقي المتوسطات

∵ $\frac{أ م}{أ د} = \frac{2}{3}$ ∴ $\frac{و م}{د هـ} = \frac{2}{3}$

$\frac{و م}{9} = \frac{2}{3}$ ∴ و م = ٦سم



اث هندسة ترم ١
١٣
الادهم فى الرياضيات
الواجب
١
(أ) اثبت أن
△ أ د هـ ~ △ أ ب جـ
(ب) أوجد طول أ د ، ب جـ
٢
اثبت أن
(أ) △ أ د هـ ~ △ أ جـ ب
(ب) أوجد طول د ب ، ب جـ
٤ سم
٥ سم
٦ سم
٧ سم
٣
أكمل
△ ل ص س ~ △ ... ~ △ ...
(س ص)² = ... × ...
(س ع)² = ... × ...
(س ل)² = ... × ...
س ل × ص ع = ... × ...
٤
أوجد قيمة س
س سم
١٢ سم
٩ سم
١٥ سم
٥
أوجد قيمة س ، ص ، ع
١٦ سم
٩ سم
٦
اثبت أن △ أ ب جـ ~ △ أ د هـ
ثم أوجد قيمة س
س+٤
٦ سم
(٢س+٣) سم
٣ سم
٧
أ ب ، جـ د وتران فى دائرة ، أ ب ∩ جـ د = {هـ} حيث هـ خارج الدائرة ، أ ب = ٤ سم ، جـ د = ٧ سم
ب هـ = ٦ سم
اثبت أن △ أ د هـ ~ △ جـ ب هـ ثم أوجد طول جـ هـ
٨
أ ب جـ د مستطيل رسم د و ⊥ أ جـ يقطعه فى هـ ، ب جـ فى و
اثبت أن مساحة المستطيل أ ب جـ د = √(أ هـ × أ جـ × د هـ × د و)
٩
(أ) اذكر ثلاث أزواج من المثلثات المتشابهة
(ب) اثبت أن
د س / ب ص = س هـ / ص جـ = د هـ / ب جـ
ا/ محمد أدهم
٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

الدرس الثالث : تابع تشابه المثلثات

هندرس الحالتين الباقيين



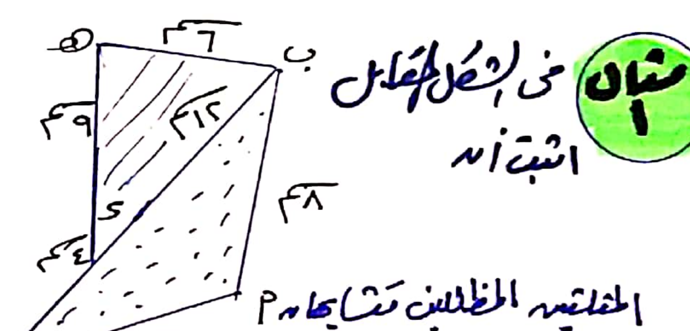
تناسب الأضلاع الثلاثة

يتشابه المثلثان إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتناظرة منهما

مهم

إزاى اعرف اكتب المثلثين المتشابهين

امشى من الضلع الأصغر للأوسط للأكبر في المثلث الأول والثانى بنفس ترتيب الدوران .



في الشكل المقابل اثبت أن

المثلثين المظللين متشابهان

$\overrightarrow{\text{بد}}$ ينصف $\text{أ}\hat{\text{ب}}\text{هـ}$

الحل

رتب أضلاع المثلثات تصاعدياً وانت ترتاح

$\frac{\text{أب}}{\text{بهـ}} = \frac{٨}{٦} = \frac{٤}{٣}$ ، $\frac{\text{أجـ}}{\text{دهـ}} = \frac{١٢}{٩} = \frac{٤}{٣}$

$\frac{\text{بجـ}}{\text{بد}} = \frac{١٦}{١٢} = \frac{٤}{٣}$

$\therefore \frac{\text{أب}}{\text{بهـ}} = \frac{\text{بجـ}}{\text{بد}} = \frac{\text{أجـ}}{\text{دهـ}}$

$\therefore \triangle$ بأجـ $\sim \triangle$ بهـد # أولاً

وينتج من التشابه أن

ق $(\text{أ}\hat{\text{ب}}\text{جـ})$ = ق $(\text{هـ}\hat{\text{ب}}\text{د})$

$\therefore \overrightarrow{\text{بد}}$ ينصف $(\text{أ}\hat{\text{ب}}\text{هـ})$ # ثانياً .



في الشكل المقابل

د ٨سم أ ١٢سم ١٨سم ١٢سم جـ ٢٧سم ب

اثبت أن

① المثلثين متشابهان

② $\overrightarrow{\text{جـأ}}$ ينصف $(\text{ب}\hat{\text{جـ}}\text{د})$

الحل

$\frac{\text{أب}}{\text{أد}} = \frac{١٢}{٨} = \frac{٣}{٢}$ ، $\frac{\text{أجـ}}{\text{دجـ}} = \frac{١٨}{١٢} = \frac{٣}{٢}$

$\frac{\text{بجـ}}{\text{أجـ}} = \frac{٢٧}{١٨} = \frac{٣}{٢}$

$\therefore \frac{\text{بأ}}{\text{أد}} = \frac{\text{أجـ}}{\text{دجـ}} = \frac{\text{جـب}}{\text{جـأ}} = \frac{٣}{٢}$

$\therefore \triangle$ بأجـ $\sim \triangle$ أدجـ # أولاً

وينتج أن ق $(\text{أ}\hat{\text{جـ}}\text{ب})$ = ق $(\text{د}\hat{\text{جـ}}\text{أ})$

$\therefore \overrightarrow{\text{جـأ}}$ ينصف $(\text{ب}\hat{\text{جـ}}\text{د})$ # ثانياً

الحالة الثالثة

زاويه وضلعيه بتوقيعها

يتشابه المثلثان إذا طابقت زاوية نظيرتها في المثلث الآخر، وتناسبت أطوال الأضلاع التي تحتويها هاتان الزاويتان

مثال ٣ في الشكل المقابل

أ ، ب ، جـ ، د ، هـ
٣سم ، ٥سم ، ٧سم ، ٤سم ، ٦سم

① أثبت أن Δ أ ب جـ ~ Δ د هـ جـ

② أوجد طول د هـ

③ أثبت أن الشكل أ ب د هـ رباعي دائري

الحل

∵ $\frac{\text{جـ ب}}{\text{جـ هـ}} = \frac{١٠}{٥} = ٢$ ، $\frac{\text{جـ أ}}{\text{جـ د}} = \frac{٨}{٤} = ٢$

∵ $\Delta\Delta$ أ ب جـ ، د هـ جـ

فيهما { (جـ^) مشتركة ، $\frac{\text{جـ ب}}{\text{جـ هـ}} = \frac{\text{جـ أ}}{\text{جـ د}} = ٢$ }

∴ Δ أ ب جـ ~ Δ د هـ جـ #

وينتج أن $\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ جـ}}$

$\frac{٧}{\text{د هـ}} = \frac{١٠}{٥}$

∴ د هـ = $\frac{٧ \times ٥}{١٠}$ = ٣,٥ سم ثانياً

∵ Δ أ ب جـ ~ Δ د هـ جـ

∴ ق(جـ هـ د^) = ق(ب^)

∵ (جـ هـ د^) خارجة عن الشكل الرباعي = الداخلة المقابلة للمجاورة لها

∴ الشكل أ ب د هـ رباعي دائري.

مثال ٤ في الشكل المقابل

ب ، أ ، جـ ، د
١٢سم ، ٨سم ، ١٠سم

أثبت أن

① Δ أ ب جـ ~ Δ أ د ب

② أب مماس للدائرة المارة بالنقط ب، جـ، د

الحل

$\Delta\Delta$ أ ب جـ ، أ د ب

فيهما { (أ^) مشتركة ← ①

$\frac{\text{أ ب}}{\text{أ د}} = \frac{١٢}{١٨} = \frac{٢}{٣}$

$\frac{\text{أ جـ}}{\text{أ ب}} = \frac{٨}{١٢} = \frac{٢}{٣}$ ← ② }

∴ Δ أ ب جـ ~ Δ أ د ب # أولاً

ومن التشابه ينتج أن ق(أ ب جـ^) = ق(د^)

∴ أب مماس للدائرة المارة بالنقط ب، جـ، د # ثانياً.

اختر

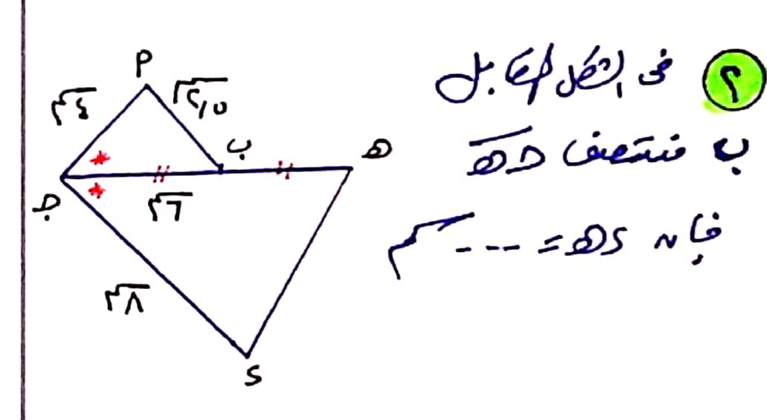
(١)

ا ب = ... سم

(ا) ١٢ (ب) ١٦ (ج) ١٨ (د) ٢٠

تشابه زاوية وضلعين

$\frac{ب جـ}{جـ د} = \frac{ا ب}{ا جـ}$ ∴ $\frac{ا ب}{١٢} = \frac{٨}{٦}$ ∴ ا ب = ١٦



(٢) في الشكل المقابل ب منتصف جـ هـ فإن د هـ = ... سم

(ا) ٤ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ٧

جـ هـ = ١٢ سم

$\frac{جـ هـ}{جـ ب} = \frac{جـ د}{جـ ا} = \frac{٢}{١} = \frac{هـ د}{٢,٥}$

∴ هـ د = ٥ سم

(٣) في الشكل المقابل

لإثبات أنه △ ا ب جـ ~ △ هـ و د

يكون كافياً الحصول على

(ا) د و // ب جـ فقط.

(ب) د ، هـ ، و منتصفات ا ب ، ب جـ ، ا جـ على الترتيب فقط.

(ج) ا ، ب معاً. (د) ولا واحد مما سبق

(٤)

ص جـ = ... سم

(ا) ٩ (ب) ١٠ (ج) ١١ (د) ١٢

نلاحظ أن أضلاع △ هـ د ب تتناسب مع س ص ا

∴ △ هـ د ب ~ △ س ص ا

∴ ق(ا) = ق(ب)

في △ ا ب جـ الذي يكون متساوي الساقين

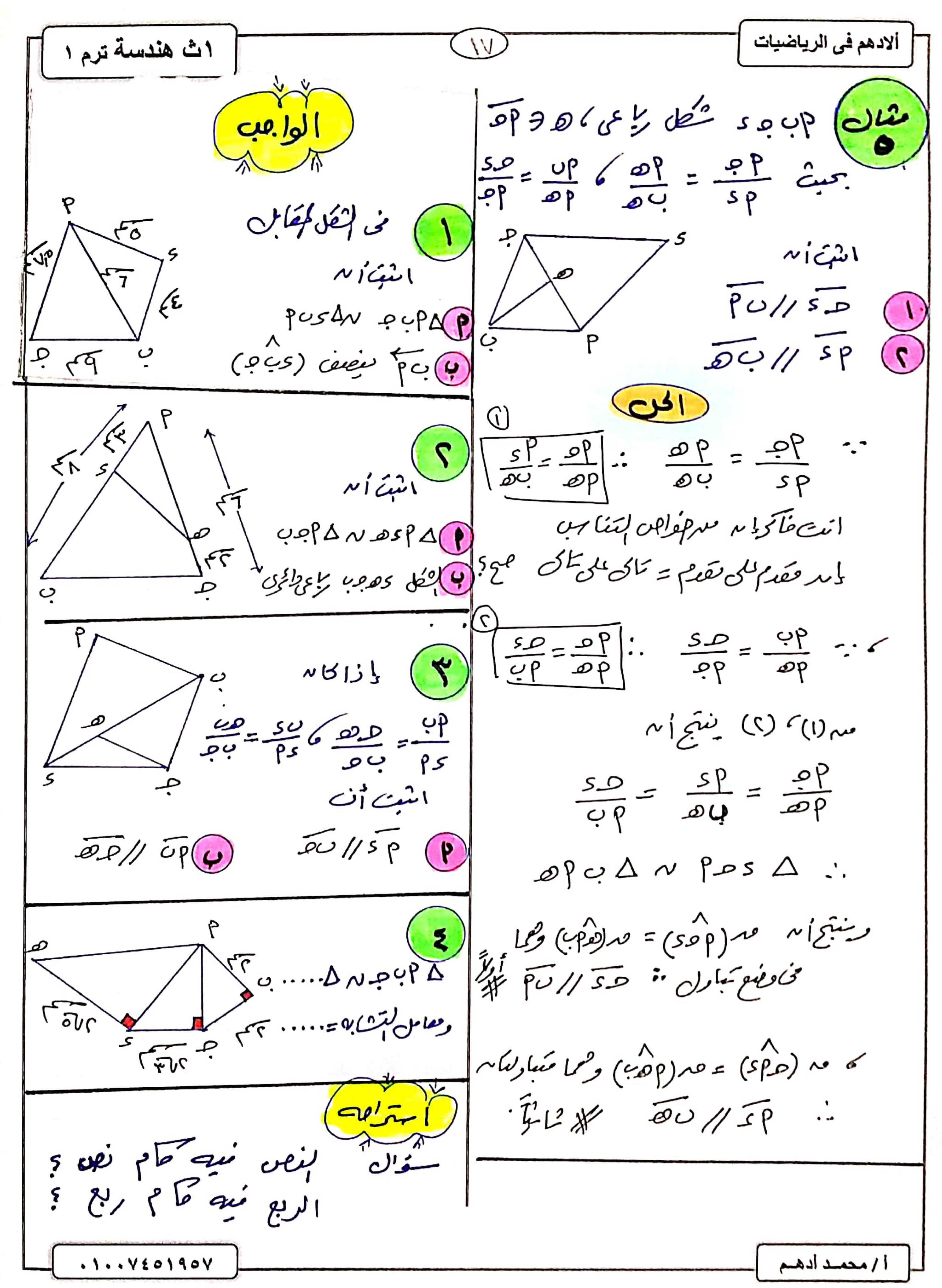
∴ ا جـ = ب جـ = ٢٠ سم

∴ ص جـ = ٢٠ - ٩ = ١١ سم

(يا عبادي إنكم تخطئون في الليل و النهار وأنا أغفر الذنوب جميعاً فاستغفروني أغفر لكم)

صحيح مسلم

استغفر الله العظيم



مثال ٥

أ ب جـ د شكل رباعي ، هـ ∈ $\overline{أجـ}$

بحيث $\frac{أجـ}{أد} = \frac{أهـ}{بهـ}$ ، $\frac{أب}{أهـ} = \frac{هـد}{أجـ}$

أثبت أن

(١) $\overline{هـد} \parallel \overline{أب}$

(٢) $\overline{أد} \parallel \overline{بهـ}$

الحل

(١) ∵ $\frac{أجـ}{أد} = \frac{أهـ}{بهـ}$ ∴ $\frac{أجـ}{أهـ} = \frac{أد}{بهـ}$

انت فاكر إن من خواص التناسب

إن مقدم على مقدم = تالى على تالى صح؟

(٢) ، ∵ $\frac{أب}{أهـ} = \frac{هـد}{أجـ}$ ∴ $\frac{أجـ}{أهـ} = \frac{هـد}{أب}$

من (١) ، (٢) ينتج أن

$\frac{أجـ}{أهـ} = \frac{أد}{بهـ} = \frac{هـد}{أب}$

∴ △ د هـ أ ~ △ ب أ هـ

وينتج أن ق($\hat{د هـ أ}$) = ق($\hat{هـ أ ب}$) وهما في وضع تبادل ∴ $\overline{هـد} \parallel \overline{أب}$ أولاً

، ق($\hat{أ د هـ}$) = ق($\hat{أ هـ ب}$) وهما متبادلتان

∴ $\overline{أد} \parallel \overline{بهـ}$ ثانياً

الواجب

١ في الشكل المقابل

أثبت أن

(أ) △ أ ب جـ ~ △ د ب أ

(ب) $\overrightarrow{بأ}$ ينصف ($\hat{د ب جـ}$)

٢ أثبت أن

(أ) △ أ د هـ ~ △ أ جـ ب

(ب) الشكل د هـ جـ ب رباعي دائري

٣ إذا كان $\frac{أب}{أد} = \frac{جـهـ}{بهـ}$ ، $\frac{بد}{أد} = \frac{جـب}{بجـ}$

أثبت أن

(أ) $\overline{أد} \parallel \overline{بهـ}$ (ب) $\overline{أب} \parallel \overline{جـهـ}$

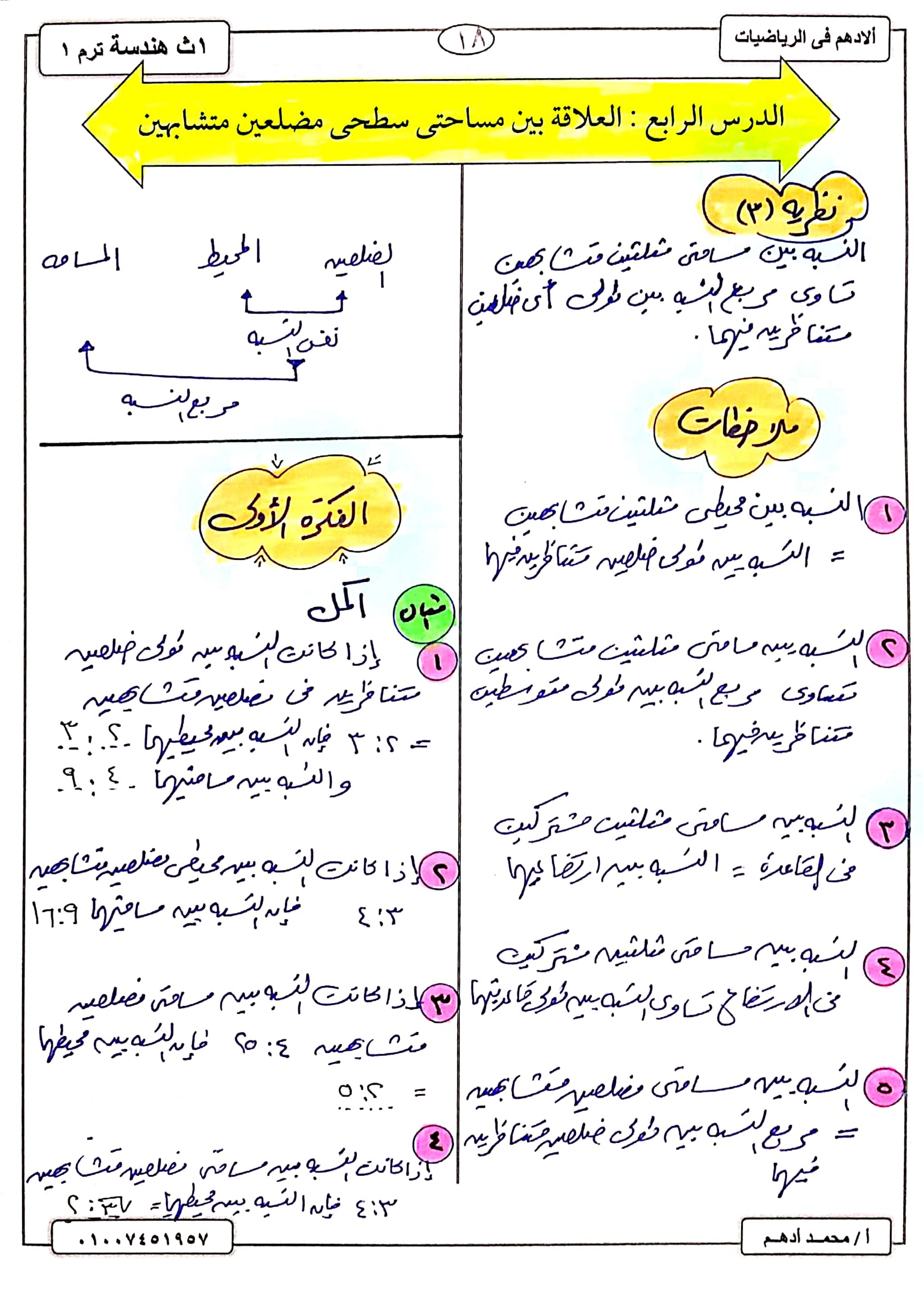
٤ △ أ ب جـ ~ △ ..... ب

ومعامل التشابه = ...

استراحة

سؤال : النص فيه كام نص ؟

الربع فيه كام ربع ؟



الدرس الرابع : العلاقة بين مساحتى سطحى مضلعين متشابهين

نظرية (٣)

النسبة بين مساحتى مثلثين متشابهين تساوى مربع النسبة بين طولى أى ضلعين متناظرين فيهما.

ملاحظات

١ النسبة بين محيطى مثلثين متشابهين = النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما

٢ النسبة بين مساحتى مثلثين متشابهين تساوى مربع النسبة بين طولى متوسطين متناظرين فيهما.

٣ النسبة بين مساحتى مثلثين مشتركين فى القاعدة = النسبة بين ارتفاعيهما

٤ النسبة بين مساحتى مثلثين مشتركين فى الارتفاع تساوى النسبة بين طولى قاعدتيهما

٥ النسبة بين مساحتى مضلعين متشابهين = مربع النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما

الفكرة الأولى

أكمل

١ إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فى مضلعين متشابهين = ٢ : ٣ فإن النسبة بين محيطيهما ٢ : ٣ والنسبة بين مساحتيهما ٤ : ٩

٢ إذا كانت النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين ٣ : ٤ فإن النسبة بين مساحتيهما ٩ : ١٦

٣ إذا كانت النسبة بين مساحتى مضلعين متشابهين ٤ : ٢٥ فإن النسبة بين محيطيهما = ٢ : ٥

٤ إذا كانت النسبة بين مساحتى مضلعين متشابهين ٣ : ٤ فإن النسبة بين محيطيهما = $\sqrt{3}$: ٢

مثال ٢ إذا كان المضلع أ ب جـ د ~ المضلع أَ بَ جَ دَ ، $\frac{أب}{أَبَ} = \frac{1}{3}$

فإن $\frac{م(المضلع أ ب جـ د)}{م(المضلع أَ بَ جَ دَ)} = (\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$

$\frac{محيط المضلع أ ب جـ د}{محيط المضلع أَ بَ جَ دَ} = \frac{1}{3}$

مثال ٣ إذا كان طولا ضلعين متناظرين فى مضلعين متشابهين هما ١٢ سم ، ١٦ سم وكانت مساحة المضلع الأصغر = ١٣٥ سم² فأوجد مساحة المضلع الأكبر

الحل

$\because \frac{م(المضلع الأصغر)}{م(المضلع الأكبر)} = (\frac{12}{16})^2 = \frac{9}{16}$

$\because \frac{135}{م(الأكبر)} = \frac{9}{16}$

$\therefore$ مساحة المضلع الأكبر = ٢٤٠ سم²

تدريب إذا كان طولا ضلعين متناظرين فى مضلعين متشابهين ٢ : ٣ وكانت مساحة الأكبر ٩٠ سم² فأوجد مساحة الأصغر.

مثال ٤ مضلعان متشابهان مساحتاهما ١٠٠ سم² ، ٦٤ سم² ، فإذا كان محيط الأول = ٦٠ سم فأوجد محيط الثانى

الحل

$\because \frac{مساحة المضلع الأول}{مساحة المضلع الثانى} = \frac{100}{64}$

$\therefore \frac{محيط الأول}{محيط الثانى} = \frac{10}{8}$

$\therefore \frac{60}{محيط الثانى} = \frac{10}{8}$

$\therefore$ محيط المضلع الثانى = $\frac{60 \times 8}{10} = 48$ سم

مثال ٥ مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما ٣ : ٢ ومجموع مساحتيهما ١٣٠ سم² أوجد مساحة كل منهما

الحل

$\because \frac{مساحة الأول}{مساحة الثانى} = (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$

ونفرض أن مساحة الأول ٩ س والثانى ٤ س

$\because$ مجموع مساحتيهما ١٣ س = ١٣٠

$\therefore$ س = ١٠

$\therefore$ مساحة المضلع الأول = ٩ × ١٠ = ٩٠ سم²

، مساحة المضلع الثانى = ٤ × ١٠ = ٤٠ سم²

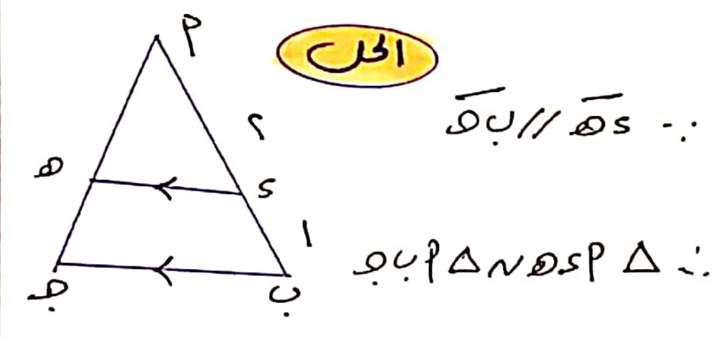
تدريب مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣ فإذا كان الفرق بين مساحتيهما ٨٠ سم² فاحسب مساحة كل منهما

الحل

الفكرة الثانية

مثال ٩ أ ب جـ مثلث فيه د ∈ $\overline{أب}$ بحيث أد = ٢ ب د ، هـ ∈ $\overline{أجـ}$ حيث $\overline{دهـ}$ // $\overline{بجـ}$ إذا كانت مساحة △ أدهـ = ٦٠ سم² أوجد مساحة شبه المنحرف د ب جـ هـ

الحل



∵ $\overline{دهـ}$ // $\overline{بجـ}$

∴ △ أدهـ ~ △ أبجـ

∵ النسبة بين أد : أب = ٢ : ٣

∴ النسبة بين مساحة △ أدهـ : مساحة △ أبجـ = ٤ : ٩

نفرض أن مساحة △ أدهـ = ٤س ، مساحة △ أبجـ = ٩س

∵ ٤س = ٦٠ ∴ س = ١٥

∴ مساحة △ أبجـ = ١٥ × ٩ = ١٣٥ سم²

∵ م △ أدهـ = ٦٠ سم²

∴ مساحة شبه المنحرف (د ب جـ هـ)

= ١٣٥ − ٦٠ = ٧٥ سم²

مثال ٧ أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة بحيث $\frac{أب}{أجـ} = \frac{٥}{٣}$ ، أجـ = ٣ سم ، $\overleftrightarrow{أد}$ مماساً للدائرة عند أ قطع $\overrightarrow{بجـ}$ فى د أوجد م(△ أجـد) : م(△ أبجـ)

الحل

△△ أجـد ، ب د أ

فيهما: د̂ مشتركة

م(د أ̂ جـ) = م(ب̂) [مماسية ومحيطية مشتركتان فى أجـ]

∴ △ أجـد ~ △ ب د أ

∴ $\frac{م(△ أدجـ)}{م(△ ب د أ)} = \left(\frac{أجـ}{أب}\right)^2 = \frac{٩}{٢٥}$

∴ $\frac{م(△ أدجـ)}{م(△ أبجـ) + م(△ أدجـ)} = \frac{٩}{٢٥}$

∴ ٢٥ م(△ أدجـ) = ٩ م(△ أبجـ) + ٩ م(△ أدجـ)

∴ ٢٥ م(△ أدجـ) − ٩ م(△ أدجـ) = ٩ م(△ أبجـ)

١٦ م(△ أدجـ) = ٩ م(△ أبجـ)

∴ $\frac{م(△ أدجـ)}{م(△ أبجـ)} = \frac{٩}{١٦}$

مثال ٨

فى الشكل المقابل

أ ب جـ د متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overline{أب}$

حيث $\frac{أهـ}{هـب} = \frac{٣}{٢}$ ، $\overrightarrow{دهـ} \cap \overrightarrow{جـب} = \{و\}$

١) اثبت أن △ د جـ و ~ △ هـ أ د

٢) أوجد $\frac{م(△ د جـ و)}{م(△ هـ أ د)}$

الحل

∵ $\overline{وجـ}$ // $\overline{أد}$ ، $\overleftrightarrow{دو}$ قاطع لهما

∴ ق(∠و) = ق(∠أ د هـ) (بالتبادل)

، ∵ ق(∠جـ) = ق(∠أ) من خواص متوازى الأضلاع

∴ △ د جـ و ~ △ هـ أ د # أولاً

∴ $\frac{م(△ د جـ و)}{م(△ هـ أ د)} = \left(\frac{د جـ}{هـ أ}\right)^2 = \left(\frac{أب}{أهـ}\right)^2 = \left(\frac{٥}{٣}\right)^2 = \frac{٢٥}{٩}$

مثال ٩

أ ب جـ د متوازى أضلاع

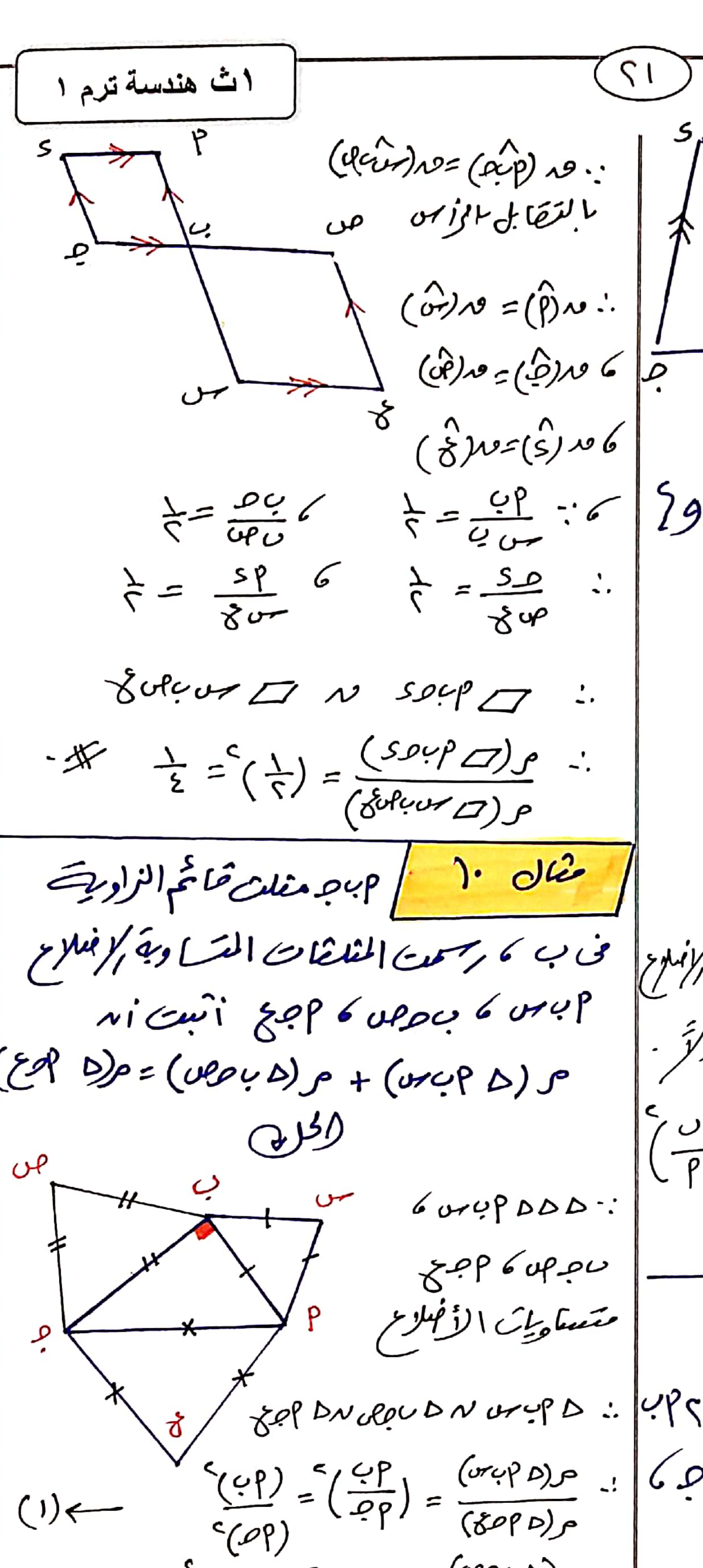
س ∈ $\overrightarrow{أب}$ ، س ∉ $\overline{أب}$ حيث ب س = ٢ أب

، ص ∈ $\overrightarrow{جـب}$ ، ص ∉ $\overline{جـب}$ حيث ب ص = ٢ ب جـ ،

ارسم متوازى الأضلاع ب س ع ص

اثبت أن $\frac{م(▱ أ ب جـ د)}{م(▱ س ب ص ع)} = \frac{١}{٤}$

الحل



∵ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠س ب ص) بالتقابل بالرأس

∴ ق(∠أ) = ق(∠س)

، ق(∠جـ) = ق(∠ص)

، ق(∠د) = ق(∠ع)

، ∵ $\frac{أب}{س ب} = \frac{١}{٢}$ ، $\frac{ب جـ}{ب ص} = \frac{١}{٢}$

∴ $\frac{جـ د}{ص ع} = \frac{١}{٢}$ ، $\frac{أ د}{س ع} = \frac{١}{٢}$

∴ ▱ أ ب جـ د ~ ▱ س ب ص ع

∴ $\frac{م(▱ أ ب جـ د)}{م(▱ س ب ص ع)} = \left(\frac{١}{٢}\right)^2 = \frac{١}{٤}$ #

مثال ١٠

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، رسمت المثلثات المتساوية الأضلاع أ ب س ، ب جـ ص ، أ جـ ع أثبت أن

م(△ أ ب س) + م(△ ب جـ ص) = م(△ أ جـ ع)

الحل

∵ △△△ أ ب س ، ب جـ ص ، أ جـ ع متساويات الأضلاع

∴ △ أ ب س ~ △ ب جـ ص ~ △ أ جـ ع

∴ $\frac{م(△ أ ب س)}{م(△ أ جـ ع)} = \left(\frac{أب}{أجـ}\right)^2 = \frac{(أب)^2}{(أجـ)^2}$ ← (١)

، $\frac{م(△ ب جـ ص)}{م(△ أ جـ ع)} = \left(\frac{ب جـ}{أجـ}\right)^2 = \frac{(ب جـ)^2}{(أجـ)^2}$ ← (٢)

بجمع ١ ، ٢ ∴ $\frac{م(△ أ ب س) + م(△ ب جـ ص)}{م(△ أ جـ ع)} = \frac{(أجـ)^2}{(أجـ)^2}$

∴ م(△ أ ب س) + م(△ ب جـ ص) = م(△ أ جـ ع) #

اختر

(١) في الشكل المقابل

ب ، جـ ، أ ، د ، هـ ، ٣سم ، ٥سم ، ٧سم

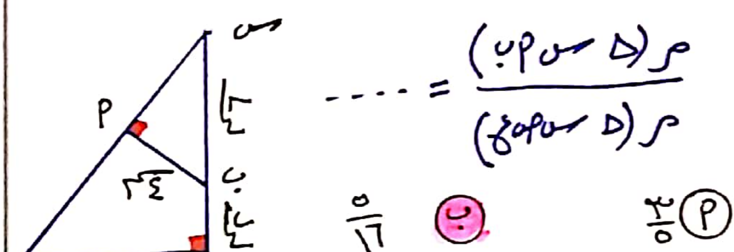
$\frac{م(\triangle أ ب هـ)}{م(\triangle جـ د هـ)} = ...$

(أ) $\frac{٩}{٤٩}$ (ب) $\frac{٢٥}{٤٩}$ (جـ) $\frac{٩}{٢٥}$ (د) $\frac{١٦}{٤٩}$

$= \left(\frac{ب هـ}{د هـ}\right)^٢ = \frac{(ب هـ)^٢}{٤٩}$ في △ أ ب هـ $ب هـ^٢ = ٢٥ - ٩ = ١٦$

$= \frac{١٦}{٤٩}$

(٢) في الشكل ره



$\frac{م(\triangle س أ ب)}{م(\triangle س ص ع)} = ...$

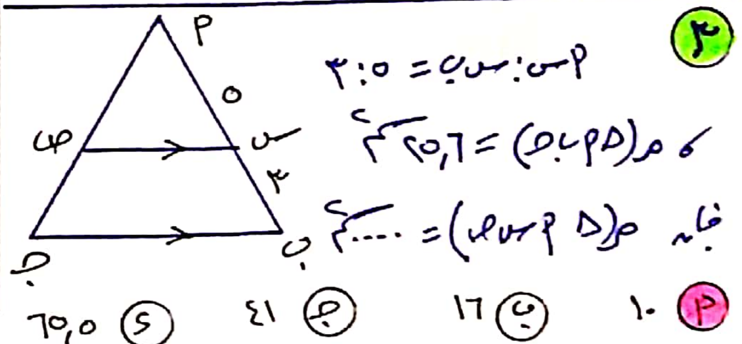
(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{١٦}$ (جـ) $\frac{٩}{٢٥}$ (د) $\frac{٤}{٥}$

$\left(\frac{س أ}{س ص}\right)^٢ = \left(\frac{أ ب}{ص ع}\right)^٢ = \left(\frac{س ب}{س ع}\right)^٢$

$س أ = \sqrt{٣٦ - ١٦} = \sqrt{٢٠}$ ، $س ص = ٨$

$= \left(\frac{\sqrt{٢٠}}{٨}\right)^٢ = \frac{٢٠}{٦٤} = \frac{٥}{١٦}$

(٣)



$أ س : س ب = ٥ : ٣$

، $م(\triangle أ ب جـ) = ٢٥,٦$ سم²

فإن $م(\triangle أ س ص) = ...$ سم²

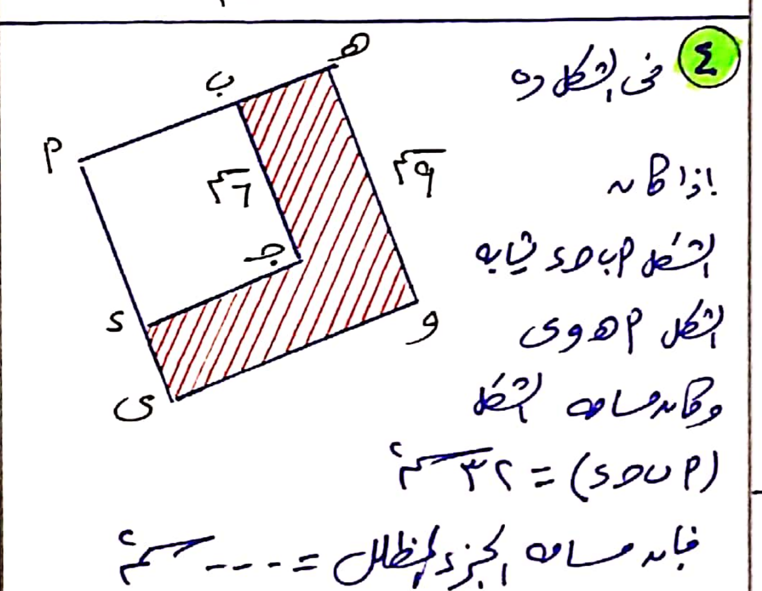
(أ) ١٠ (ب) ١٦ (جـ) ٤١ (د) ٦٥,٥

$\frac{م(\triangle أ س ص)}{م(\triangle أ ب جـ)} = \left(\frac{أ س}{أ ب}\right)^٢ = \left(\frac{٥}{٨}\right)^٢ = \frac{٢٥}{٦٤}$

$\therefore \frac{م(\triangle أ س ص)}{٢٥,٦} = \frac{٢٥}{٦٤}$

$\therefore م(\triangle أ س ص) = \frac{٢٥ \times ٢٥,٦}{٦٤} = ١٠$

(٤) في الشكل ره



إذا كان الشكل أ ب جـ د شبيه الشكل أ هـ و ى وكان مساحة الشكل

$(أ ب جـ د) = ٣٢$ سم²

فإن مساحة الجزء المظلل = ... سم²

(أ) ٧٢ (ب) ٤٨ (جـ) ٤٠ (د) ١٦

$\frac{م(أ ب جـ د)}{م(أ هـ و ى)} = \left(\frac{٦}{٩}\right)^٢ = \frac{٤}{٩}$

$\frac{٣٢}{م(أ هـ و ى)} = \frac{٤}{٩}$

$\therefore م(أ هـ و ى) = ٧٢$ سم²

$\therefore$ مساحة الجزء المظلل $= ٧٢ - ٣٢ = ٤٠$ سم²



الواجب

١) مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما ٤ : ٩ فإن النسبة بين مساحتيهما ....:....

٢) إذا كانت النسبة بين مساحتى مضلعين متشابهين ١ : ٩ فإن النسبة بين محيطيهما ....:....

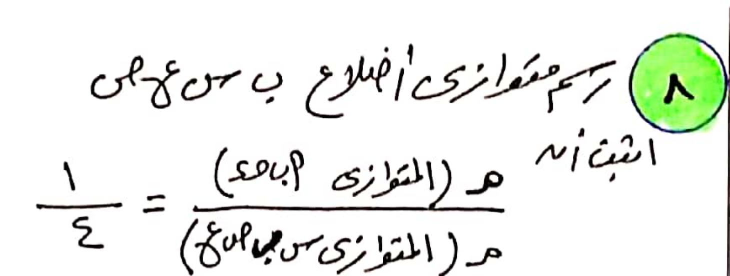
٣) إذا كانت النسبة بين مساحتى مضلعين متشابهين ٩ : ١٦ ومحيط الأكبر = ٣٠ سم فإن محيط الأصغر = ...

٤) إذا كانت النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين ١ : ٤ ، ومساحة المضلع الأول ٢٥ سم² فأوجد مساحة المضلع الثانى.

٥) مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين ٥ : ٣ إذا كان الفرق بين مساحتيهما ٣٢ سم² فأوجد مساحة كل منهما.

٦) مضلعان متشابهان مساحتيهما ١٠٠ سم² ، ٦٤ سم² فإذا كان محيط الأول ٦٠ سم فأوجد محيط الثانى

٧) أ ب جـ د ▱ ، س ∈ $\overrightarrow{أ د}$ حيث س ∉ $\overline{أ د}$ ، ب س = ٢ أ س . ص ∈ $\overrightarrow{جـ د}$ ، ص ∉ $\overline{جـ د}$ حيث ب ص = ٢ ب جـ



٨) ارسم متوازى أضلاع ب س ع ص أثبت أن
$$\frac{م(\text{المتوازى أ ب جـ د})}{م(\text{المتوازى س ص ع ل})} = \frac{1}{4}$$

٩) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب رسمت المثلثات المتساوية الأضلاع أ ب س ، ب جـ ص ، أ جـ ع
أثبت أن م(△ أ ب س) + م(△ ب جـ ص) = م(△ أ جـ ع)

١٠) △ أ ب جـ فيه $\frac{أ ب}{ب جـ} = \frac{4}{3}$ ، رسمت الدائرة المارة برؤوسه ومن نقطة ب رسم المماس لهذه الدائرة فقطع $\overrightarrow{أ جـ}$ فى هـ أثبت أن
$$\frac{م(\triangle \text{ أ ب جـ})}{م(\triangle \text{ أ ب هـ})} = \frac{7}{16}$$

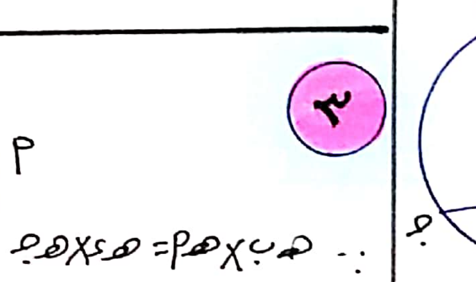
١١) فى الشكل المقابل

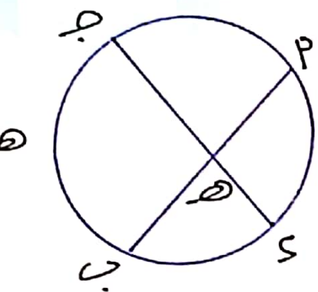
أوجد $\frac{م(\triangle \text{ أ س ص})}{م(\triangle \text{ أ جـ ب})}$



الدرس الخامس : تطبيقات التشابة فى الدائرة



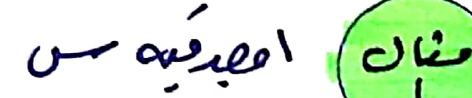




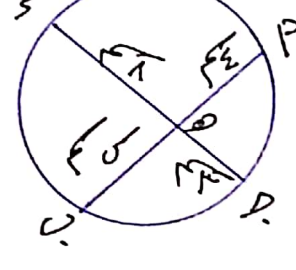
علشان متنساش ابدأ من نقطة التقاطع

هـ أ × هـ ب = هـ ء × هـ جـ





(١)



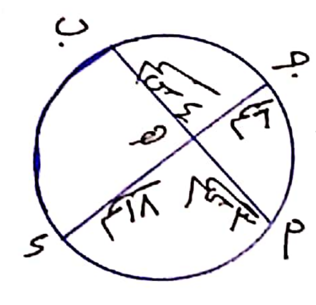
∵ هـ أ × هـ ب = هـ جـ × هـ ء

٤ × س = ٣ × ٨

∴ ٤ س = ٢٤

∴ س = $\frac{٢٤}{٤}$ = ٦ سم

(٢)



∵ هـ أ × هـ ب = هـ جـ × هـ ء

٣س × ٤س = ٦ × ١٨

∴ ١٢ $س^2$ = ١٠٨

∴ $س^2$ = $\frac{١٠٨}{١٢}$ = ٩

∴ س = $\sqrt{٩}$ = ٣

(٣)

∵ هـ ب × هـ أ = هـ ء × هـ جـ

٥ × ١٢ = ٦ × هـ جـ

∴ هـ جـ = $\frac{٥ \times ١٢}{٦}$ = ١٠

∴ ء جـ = ١٠ - ٦ = ٤ سم

∴ س = ٤ سم

مثال ٢ في الشكل المقابل

س أ مماس للدائرة م عند أ احسب طول نصف قطر الدائرة.



∵ س ب × س جـ = $(س أ)^2$

٩ × س جـ = $(١٥)^2$

∴ س جـ = $\frac{(١٥)^2}{٩}$ = ٢٥

∴ ب جـ = ٢٥ - ٩ = ١٦ سم

∴ نق = $\frac{١٦}{٢}$ = ٨ سم

مثال ٣

من الشكل المقابل

أوجد طول $\overline{أد}$

الحل

نفرض أن أجـ = س ∴ جـ د = س

∴ أد = ٢ س

∵ أجـ × أد = $(أب)^2$

س × ٢ س = $(٥\sqrt{٢})^2$

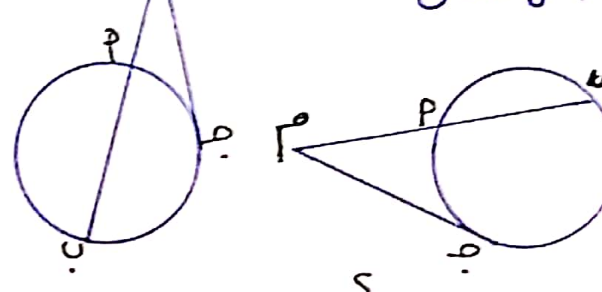
٢ $س^2$ = ٥٠ ∴ $س^2 = \frac{٥٠}{٢}$

∴ $س^2$ = ٢٥ ∴ س = ٥

∴ أد = ٢ × ٥ = ١٠ سم

نتيجة (١)

إذا رسم من نقطة خارج دائرة قاطع ومماس فإن حاصل ضرب طول القاطع في طول جزئه الخارجي = مربع طول المماس



م أ × م ب = $(م جـ)^2$ م أ × م ب = $(م جـ)^2$

عكس التمرين المشهور

إذا تقاطع المستقيمان الحاويان $\overline{أب}$ ، $\overline{جـ د}$ في نقطة م وكان م أ . م ب = م جـ . م د

فإن النقط أ ، ب ، جـ ، د تقع على دائرة واحدة

* وكذلك عكس النتيجة

إذا كان $(م جـ)^2$ = م أ . م ب

فإن $\overleftrightarrow{م جـ}$ مماس للدائرة المارة بالمثلث أ ب جـ عند جـ

مثال ٤

أثبت أن

أ ، ب ، جـ ، د تقع على دائرة واحدة.

الحل

هـ أ × هـ جـ = ٦ × ٧ = ٤٢

هـ ب × هـ د = ٥ × ٨,٤ = ٤٢

∵ $\overline{أجـ} \cap \overline{ب د}$ = {هـ}

، هـ أ × هـ جـ = هـ ب × هـ د

∴ النقط أ ، ب ، جـ ، د تقع على دائرة واحدة

مثال ٥

Δ أ ب جـ فيه أجـ = ٩ سم ، ب جـ = ١٢ سم

، فرضت د ∈ $\overline{أجـ}$ بحيث أد = ٥ سم

، فرضت هـ ∈ $\overline{ب جـ}$ بحيث $\frac{ب هـ}{هـ جـ}$ = ٣

اثبت أن الشكل أ ب هـ د رباعي دائري

الحل

∵ جـ د = ٩ − ٥ = ٤ سم

∴ جـ د × جـ أ = ٤ × ٩ = ٣٦

∵ ب هـ = ٣ جـ هـ ∴ ب جـ = ٤ جـ هـ

∴ جـ هـ = $\frac{١٢}{٤}$ = ٣ سم

∴ جـ هـ × جـ ب = ٣ × ١٢ = ٣٦

∴ جـ د × جـ أ = جـ هـ × جـ ب

∴ الشكل أ ب هـ د رباعي دائري

مثال ٦

في الشكل المقابل

اثبت أن

$\overline{أب}$ مماس للدائرة المارة بـ ب ، جـ ، د

الحل

∵ (أب)² = (٦)² = ٣٦

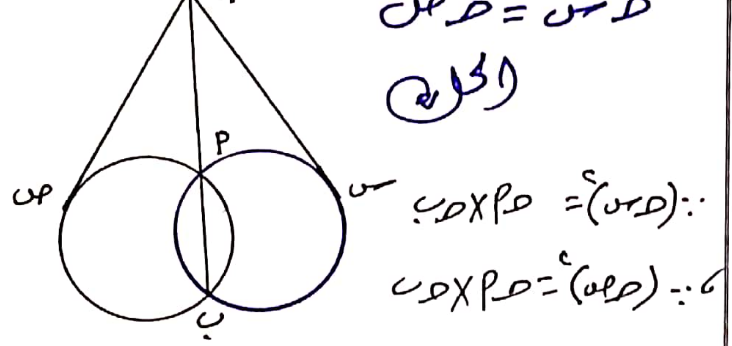
، ∵ أجـ × أد = ٤ × ٩ = ٣٦

∴ (أب)² = أجـ × أد

∴ $\overline{أب}$ مماس للدائرة المارة بالنقط ب ، جـ ، د

مثال (٧)

دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ، جـ ∈ $\overleftrightarrow{أب}$ ، جـ ∉ $\overline{أب}$ ، رسم من جـ القطعتان $\overline{جـس}$ ، $\overline{جـص}$ مماستين للدائرتين عند س ، ص اثبت أن جـس = جـص



الحل

∵ (جـس)² = جـأ × جـب

، ∵ (جـص)² = جـأ × جـب

∴ جـس = جـص #.

مثال (٨)

من معطيات الشكل

اثبت أن ب منتصف $\overline{أجـ}$

الحل

في الدائرة م : (أب)² = أو × أهـ = ٤ × ٩ = ٣٦

∴ أب = ٦ سم ← (١)

في الدائرة ن : (أجـ)² = أهـ × أد = ٩ × ١٦ = ١٤٤

∴ أجـ = ١٢ سم ← (٢)

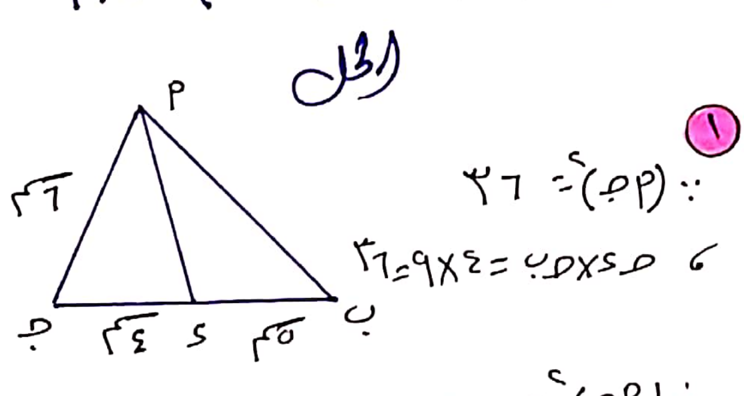
من (١) ، (٢) ∴ أب = ½ أجـ

∴ ب منتصف $\overline{أجـ}$ #.

مثال ٩

أ ب جـ مثلث فيه د ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$ حيث د ب = ٥ سم ، د جـ = ٤ سم
إذا كان أ جـ = ٦ سم
اثبت أن
١) $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ مماسة للدائرة التي تمر بالنقط أ ، ب ، د
٢) Δ أ جـ د ~ Δ ب جـ أ
٣) م(Δ أ ب د) : م(Δ أ ب جـ) = ٥ : ٩

الحل



١) ∵ (أ جـ)^2 = ٣٦ ، جـ د × جـ ب = ٤ × ٩ = ٣٦
∴ (أ جـ)^2 = جـ د × جـ ب
∴ $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، د # أولاً

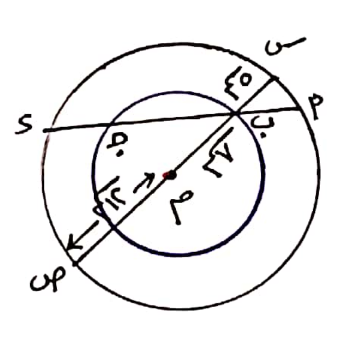
٢) ∵ ΔΔ أ جـ د ، ب جـ أ فيهما
{ (جـ) مشتركة
ق(∠ د أ جـ) = ق(∠ ب) محيطية ومماسية مشتركتان في أ د }
∴ Δ أ جـ د ~ Δ ب جـ أ # ثانياً

٣) ∵ $\frac{\text{م}(\Delta \text{ أ د جـ})}{\text{م}(\Delta \text{ ب جـ أ})} = \left(\frac{\text{جـ د}}{\text{أ جـ}}\right)^2 = \left(\frac{4}{6}\right)^2 = \frac{4}{9}$
∴ م(Δ أ جـ د) = ٤ س ، م(Δ أ ب جـ) = ٩ س
∴ م(Δ أ ب د) = ٥ س
∴ $\frac{\text{م}(\Delta \text{ أ ب د})}{\text{م}(\Delta \text{ أ ب جـ})} = \frac{5\text{س}}{9\text{س}} = \frac{5}{9}$ # ثالثاً

مثال ١٠

دائرتان متحدتا المركز م طولا نصفي قطريهما ١٢ سم ، ٧ سم ، رسم الوتر $\overline{\text{أ د}}$ في الدائرة الكبرى يقطع الدائرة الصغرى في ب ، جـ على الترتيب.
اثبت أن أ ب × ب د = ٩٥

الحل



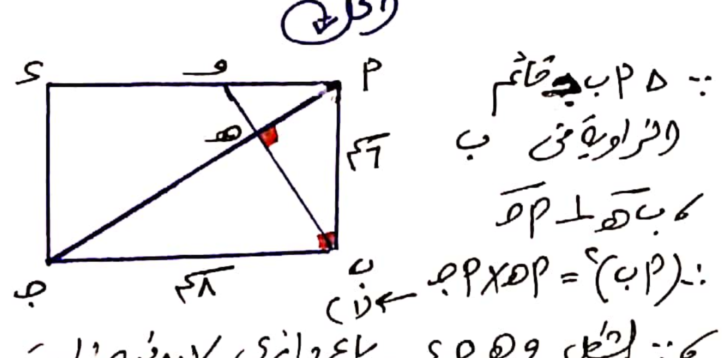
العمل: نرسم القطر $\overline{\text{س ص}}$ في الدائرة الكبرى يقطع الدائرة الصغرى في ب

البرهان
∵ $\overline{\text{أ د}} \cap \overline{\text{س ص}}$ = {ب}
∴ أ ب × ب د = س ب × ب ص = ٥ × ١٩ = ٩٥ #

مثال ١١

أ ب جـ د مستطيل فيه أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم ، رسم $\overrightarrow{\text{ب هـ}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$ يقطع $\overline{\text{أ جـ}}$ في هـ ، $\overline{\text{أ د}}$ في و
١) اثبت أن (أ ب)^2 = أ و × أ د
٢) أوجد طول $\overline{\text{أ و}}$

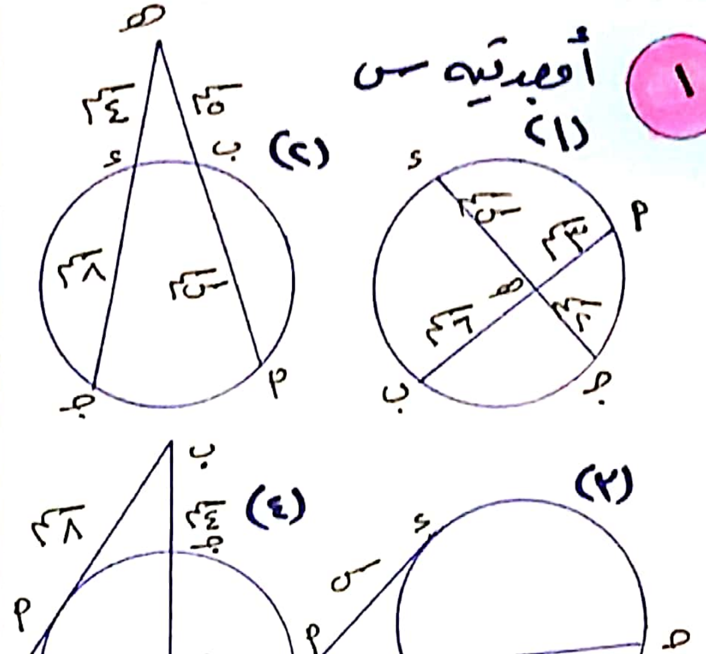
الحل

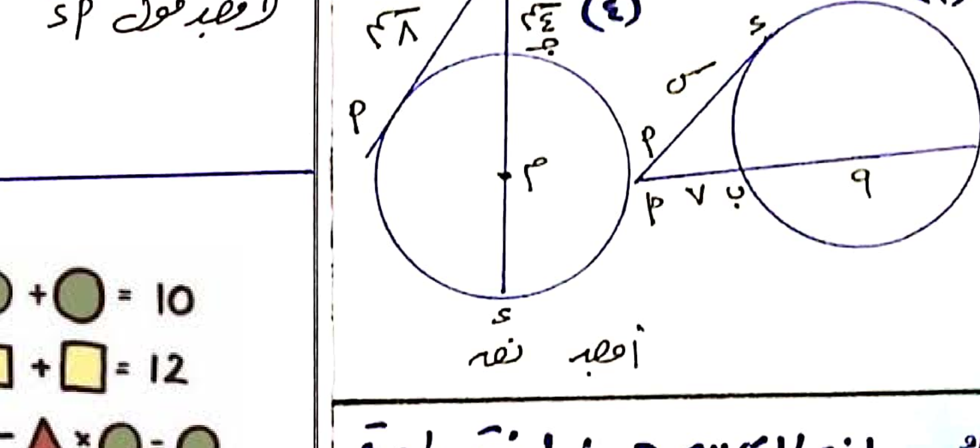


∵ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، $\overline{\text{ب هـ}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$
∴ (أ ب)^2 = أ هـ × أ جـ ← (١)
∵ الشكل و هـ جـ د رباعي دائري لأن فيه زاويتين متقابلتين متكاملتين.
∴ أ و × أ د = أ هـ × أ جـ ← (٢)
من ١ ، ٢ ∴ (أ ب)^2 = أ و × أ د # أولاً
٣٦ = أ و × ٨ ∴ أ و = ٤٫٥ # ثانياً

الواجب

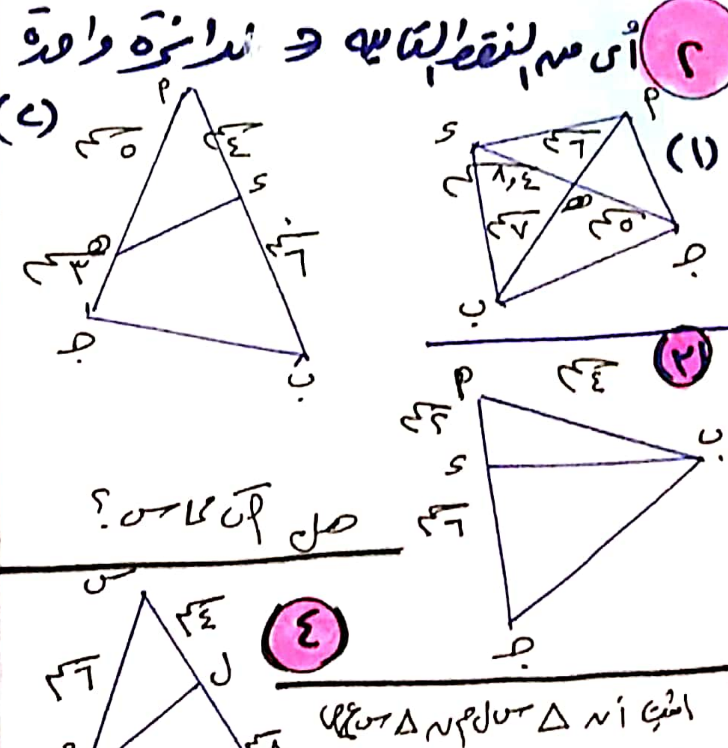
١ أوجد قيمة س





أوجد نق

٢ أى من النقط التالية تقع على دائرة واحدة



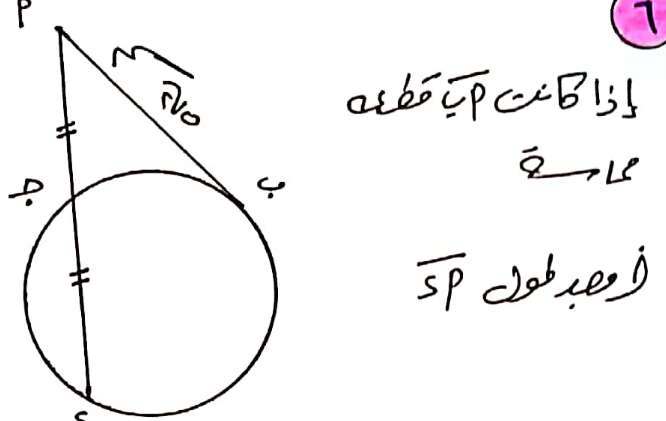
هل أب مماس ؟

٤ اثبت أن △ س ل ص ~ △ س ع م ، الشكل ل ص ع م رباعي دائري بطريقتين مختلفتين

٥ $\overleftrightarrow{أب} \cap \overleftrightarrow{جـ د}$ = {هـ} ، أهـ = $\frac{٥}{١٢}$ ب هـ ، د هـ = $\frac{٣}{٥}$ هـ جـ ، إذا كان ب هـ = ٣٦ سم ، جـ هـ = ٥ سم اثبت أن النقط أ ، ب ، جـ ، د تقع على دائرة واحدة.

٦ إذا كانت $\overline{أب}$ قطعة مماسة

أوجد طول $\overline{أد}$





واحد بخيل بياكل فستق
مراته قالتله .. أكلني معاك .. اداها واحده
بعد شوية قالتله .. هات واحده كمان



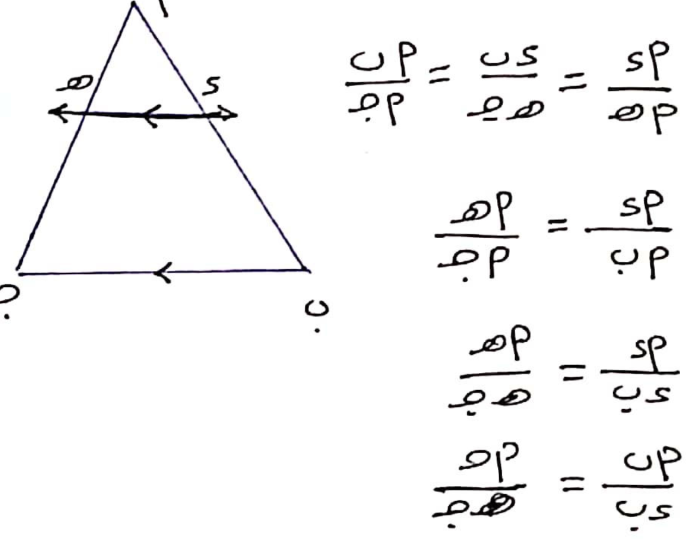
قالها : والله العظيم كله نفس الطعم

الوحدة الثانية

الدرس الأول : المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

نظرية (١)

إذا رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث ويقطع الضلعين الآخرين فإنه يقسمهما إلى قطع أطوالها متناسبة .



$$\frac{أد}{أهـ} = \frac{دب}{هـجـ} = \frac{أب}{أجـ}$$

$$\frac{أد}{أب} = \frac{أهـ}{أجـ}$$

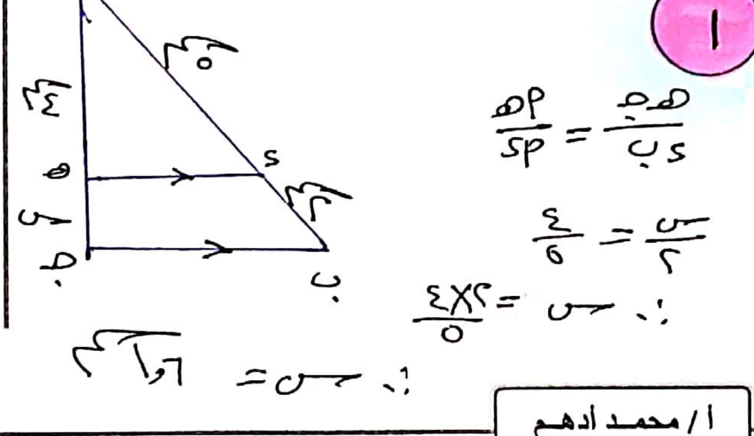
$$\frac{أد}{دب} = \frac{أهـ}{هـجـ}$$

$$\frac{أب}{دب} = \frac{أجـ}{هـجـ}$$

مثال ١

فى كل من الأشكال التالية $\overline{دهـ} // \overline{بجـ}$ أوجد قيمة س العددية

(١)



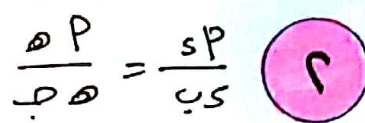
$$\frac{أهـ}{أد} = \frac{هـجـ}{دب}$$

$$\frac{٤}{٥} = \frac{س}{٢}$$

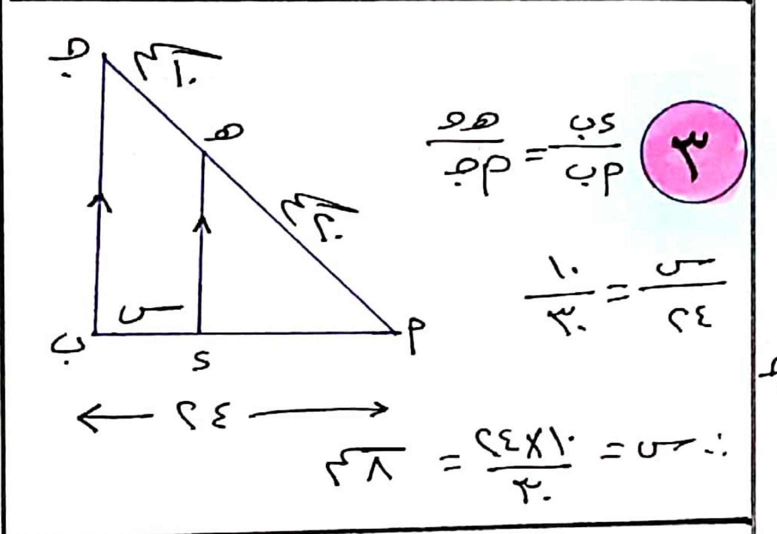
$\therefore$ س $= \frac{٢ \times ٤}{٥}$

$\therefore$ س $=$ ١٫٦ سم

(٢)



$$\frac{أد}{دب} = \frac{أهـ}{هـجـ}$$



$$\frac{س}{١٠} = \frac{١٢}{٨}$$

$\therefore$ س $= \frac{١٢ \times ١٠}{٨} = ١٥$ سم

(٣)

$$\frac{دب}{أب} = \frac{هـجـ}{أجـ}$$

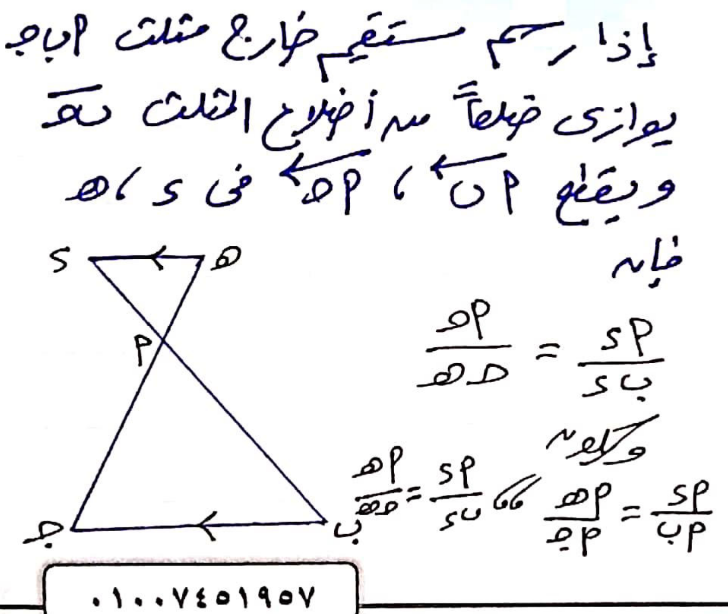
$$\frac{س}{٢٤} = \frac{١٠}{٣٠}$$

$\therefore$ س $= \frac{١٠ \times ٢٤}{٣٠} = ٨$ سم

نتيجة



إذا رسم مستقيم خارج مثلث أ ب جـ يوازي ضلعاً من أضلاع المثلث $\overline{بجـ}$ ويقطع $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أهـ}$ في د ، هـ فإنه

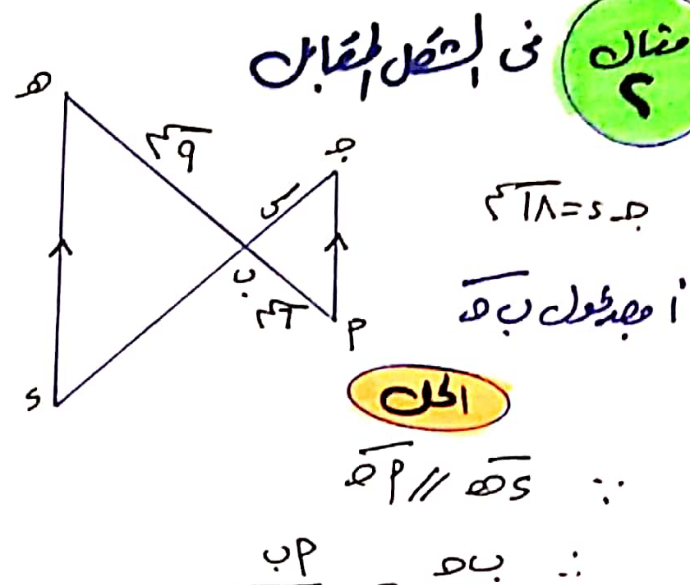


$$\frac{أد}{بد} = \frac{أهـ}{جـهـ}$$

وكذلك

$$\frac{أد}{أب} = \frac{أهـ}{أجـ} \quad ، \quad \frac{أد}{دب} = \frac{أهـ}{هـجـ}$$

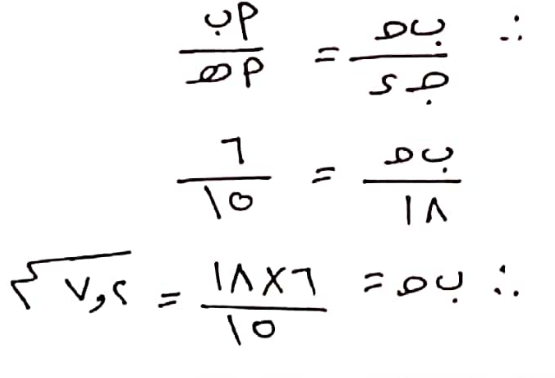
مثال ٢ في الشكل المقابل



جـ د = ١٨ سم

أوجد طول $\overline{ب هـ}$

الحل



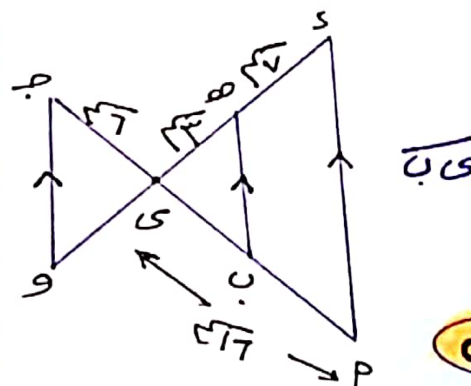
∵ $\overline{د هـ} \parallel \overline{أ جـ}$

∴ $\frac{ب هـ}{جـ د} = \frac{أ ب}{أ هـ}$

$\frac{ب هـ}{١٨} = \frac{٦}{١٥}$

∴ ب هـ $= \frac{١٨ \times ٦}{١٥} = ٧٫٢$ سم

مثال ٣ أوجد طول ى هـ ، ى ب



الحل

∵ $\overline{أ د} \parallel \overline{و جـ}$

$\frac{ى هـ}{ى د} = \frac{ى جـ}{أ ى}$

$\frac{ى هـ}{١٠} = \frac{٦}{١٦}$ ∴ ى هـ $= \frac{١٠ \times ٦}{١٦}$

∴ ى هـ = ٣٫٧٥ سم

، ∵ $\overline{ب هـ} \parallel \overline{أ د}$

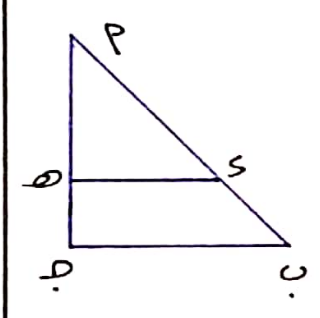
∴ $\frac{هـ ى}{د ى} = \frac{ب ى}{أ ى}$

$\frac{٣}{١٠} = \frac{ب ى}{١٦}$

∴ ى ب $= \frac{١٦ \times ٣}{١٠} = ٤٫٨$ سم



إذا قطع مستقيم ضلعين من أضلاع مثلث وقسمهما إلى قطع متناسبة فإنه يوازي الضلع الثالث

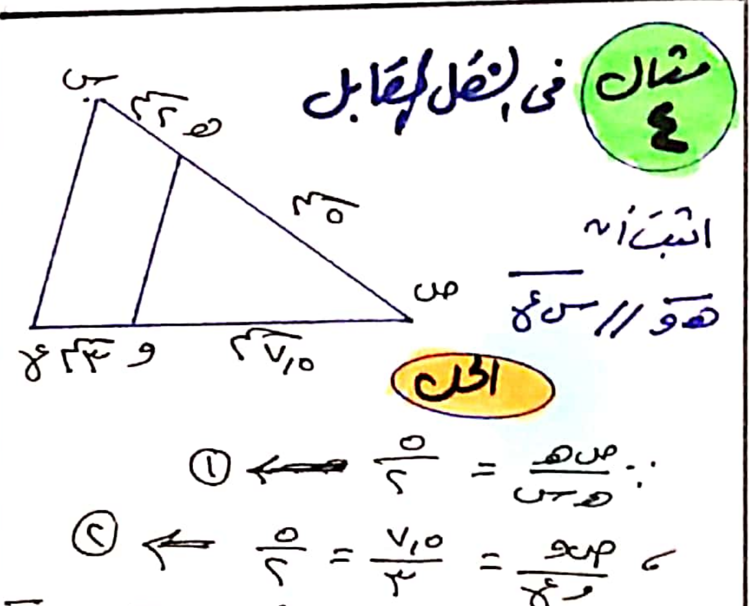


إذا كان

$\frac{أ د}{د ب} = \frac{أ هـ}{هـ جـ}$

فإن $\overline{د هـ} \parallel \overline{ب جـ}$

مثال ٤ في الشكل المقابل



أثبت أن

$\overline{هـ و} \parallel \overline{س ع}$

الحل

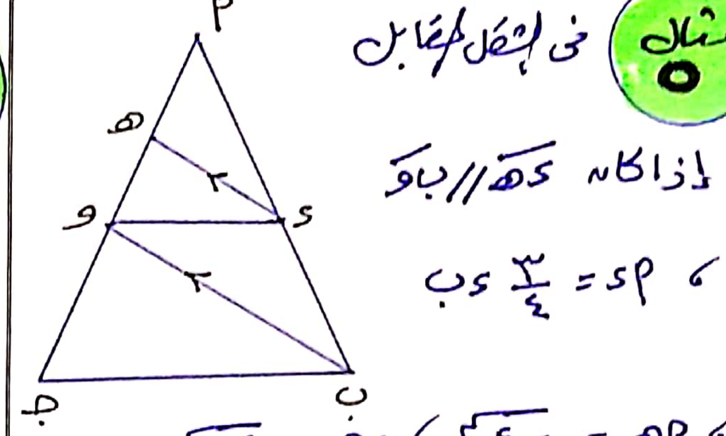
∵ $\frac{ص هـ}{هـ س} = \frac{٥}{٢}$ ← (١)

، $\frac{ص و}{و ع} = \frac{٧٫٥}{٣} = \frac{٥}{٢}$ ← (٢)

من (١) ، (٢) ∴ $\frac{ص هـ}{هـ س} = \frac{ص و}{و ع}$ ∴ $\overline{هـ و} \parallel \overline{س ع}$

مثال ٥

في الشكل المقابل



إذا كان $\overline{\text{دهـ}} \,//\, \overline{\text{بو}}$

، أد = $\frac{٣}{٤}$ دب

، أهـ = ٤,٥ سم ، وجـ = ١٤ سم

فأثبت أن $\overline{\text{دو}} \,//\, \overline{\text{بجـ}}$

الحل

∵ أد = $\frac{٣}{٤}$ دب

∴ $\frac{\text{أد}}{\text{بد}} = \frac{٣}{٤}$

، ∵ $\overline{\text{دهـ}} \,//\, \overline{\text{بو}}$

∴ $\frac{\text{أد}}{\text{دب}} = \frac{\text{أهـ}}{\text{هـو}} = \frac{٣}{٤}$

∴ $\frac{٤,٥}{\text{هـو}} = \frac{٣}{٤}$

∴ هـو = $\frac{٤ \times ٤,٥}{٣}$ = ٦ سم

في △ أبجـ

∵ $\frac{\text{أد}}{\text{دب}} = \frac{٣}{٤}$

، $\frac{\text{أو}}{\text{وجـ}} = \frac{٦+٤,٥}{١٤} = \frac{٣}{٤}$

∴ $\frac{\text{أد}}{\text{دب}} = \frac{\text{أو}}{\text{وجـ}}$

∴ $\overline{\text{دهـ}} \,//\, \overline{\text{بجـ}}$

مثال ٦

س ص ع △ فيه س ص = ١٤ سم

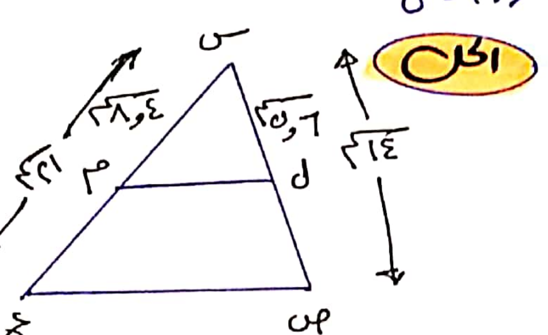
، س ع = ٢١ سم ، ل ∈ $\overline{\text{س ص}}$

بحيث س ل = ٥,٦ سم ، م ∈ $\overline{\text{س ع}}$

حيث س م = ٨,٤ سم أثبت أن

$\overline{\text{ل م}} \,//\, \overline{\text{ص ع}}$

الحل



ل ص = ١٤ − ٥,٦ = ٨,٤ سم

م ع = ٢١ − ٨,٤ = ١٢,٦ سم

$\frac{\text{س ل}}{\text{ل ص}} = \frac{٥,٦}{٨,٤} = \frac{٢}{٣}$

$\frac{\text{س م}}{\text{م ع}} = \frac{٨,٤}{١٢,٦} = \frac{٢}{٣}$

∴ $\frac{\text{س ل}}{\text{ل ص}} = \frac{\text{س م}}{\text{م ع}}$

∴ $\overline{\text{ل م}} \,//\, \overline{\text{ص ع}}$ #

عندما كان عُمري ٤ سنوات،
كان عُمر أخي نصف عمري.
أنا الآن عمري ١٨ سنة،
فكم أصبح عُمر أخي؟

اختر

١ في الشكل المقابل أب // جـ د

، ٢ أهـ = ٣ هـ د

، ب هـ − هـ جـ = ٤ سم

فإن ب جـ = ... سم

(أ) ١٨ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٤ (د) ٢٥

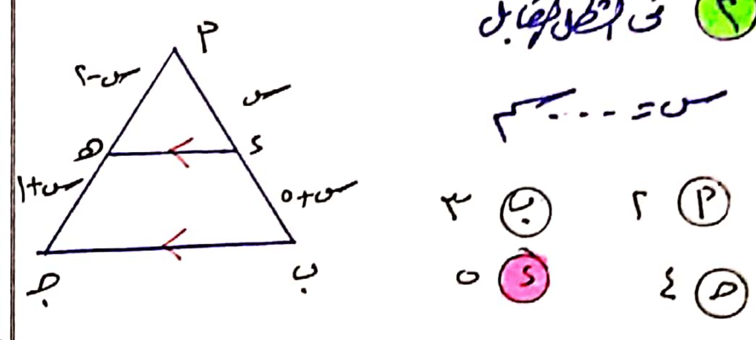
∵ $\frac{أهـ}{هـ د} = \frac{ب هـ}{هـ جـ} = \frac{٣ل}{٢ل}$ ∴ ب هـ − هـ جـ = ل

∴ ل = ٤ ، ب جـ = ٥ل ∴ ب جـ = ٢٠ سم

٢ في الشكل المقابل

س = ... سم

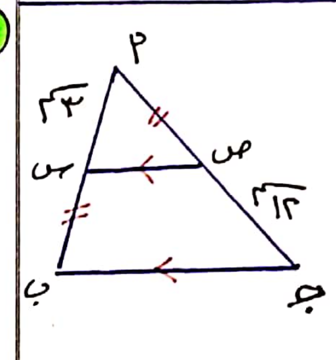
(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥



٣ في الشكل المقابل

أص = ... سم

(أ) ١٠ (ب) ١٦ (جـ) ١٨ (د) ٢٠



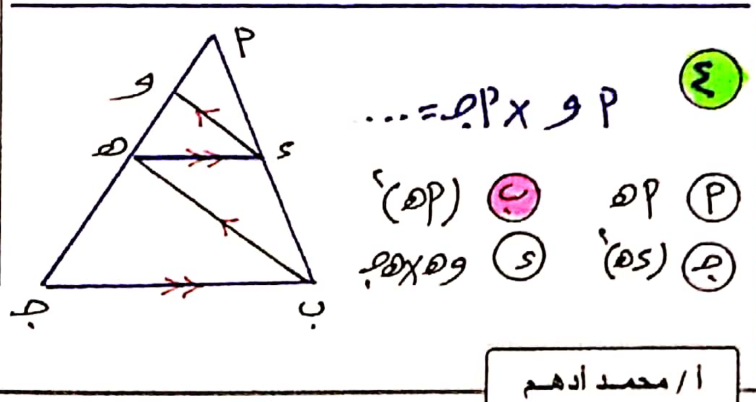
∵ أص = س ب = ل

∴ $\frac{ل}{١٢} = \frac{٣}{ل}$ ∴ ل² = ٣٦ ∴ ل = ٦

∴ أجـ = ٦ + ١٢ = ١٨ سم

٤ أو × أجـ = ...

(أ) أهـ (ب) (أهـ)² (جـ) (دهـ)² (د) وهـ × هـ جـ



في △ أب جـ يكون $\frac{أد}{أب} = \frac{أهـ}{أجـ}$ ← (١)

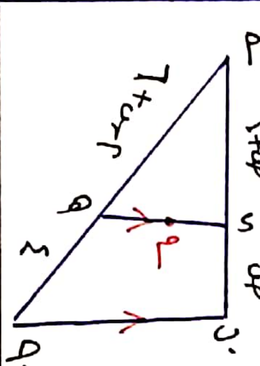
في △ أب هـ يكون $\frac{أد}{أب} = \frac{أو}{أهـ}$ ← (٢)

من (١)، (٢) ∴ $\frac{أهـ}{أجـ} = \frac{أو}{أهـ}$ ∴ أو × أجـ = (أهـ)²

٥ إذا كانت م هي نقطة تلاقي متوسطات المثلث أب جـ

فإن ٢س + ص = ... سم

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥



الحل: نرسم أم ونمدها تقطع ب جـ في و

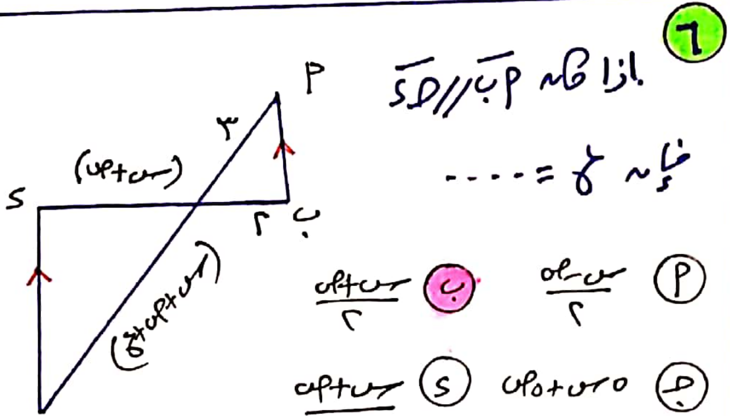
ويكون $\frac{أم}{م و} = \frac{٢}{١} = \frac{ص+٣}{ص}$ ∴ ص = ٣

، $\frac{٢س+٦}{٤} = \frac{٢}{١}$ ∴ س = ١

٦ إذا كان أب // جـ د

فإن ع = ...

(أ) $\frac{س-ص}{٢}$ (ب) $\frac{س+ص}{٢}$ (جـ) ٥س + ٥ص (د) $\frac{س+ص}{٥}$

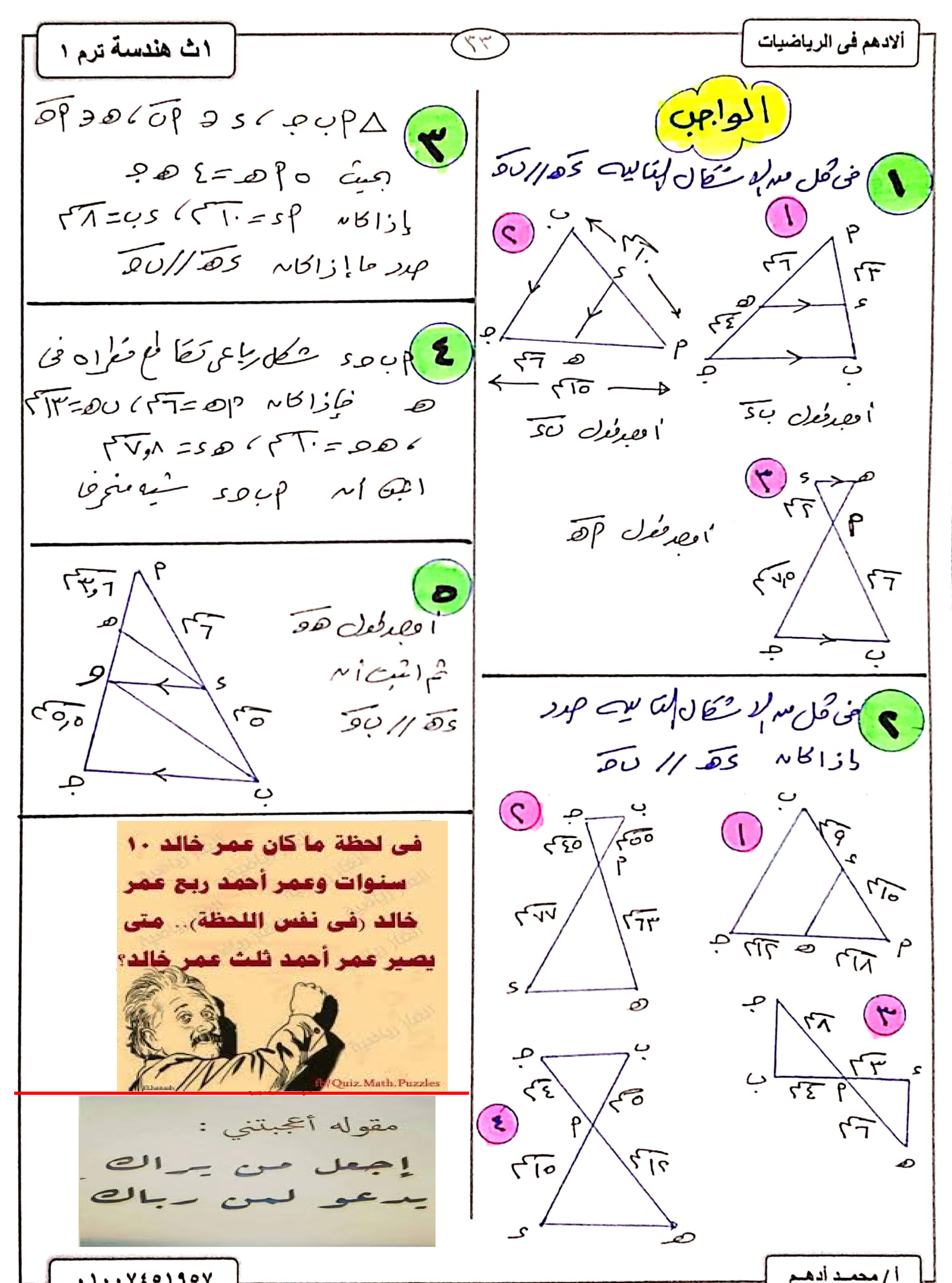


$\frac{س+ص}{س+ص+ع} = \frac{٢}{٣}$

بفرض أن س + ص = ٢ل ∴ س + ص + ع = ٣ل

∴ ع = ل ولكن ل = $\frac{س+ص}{٢}$

∴ ع = $\frac{س+ص}{٢}$



الواجب

(١) فى كل من الأشكال التالية دهـ // ب جـ

(١) أوجد طول ب د

(٢) أوجد طول د ب

(٣) أوجد طول أ هـ

(٢) فى كل من الأشكال التالية حدد إذا كان دهـ // ب جـ

(٣) △ أ ب جـ ، د ∈ أ ب ، هـ ∈ أ جـ

بحيث ٥ أ هـ = ٤ هـ جـ

إذا كان أ د = ١٠سم ، د ب = ٨سم

حدد ما إذا كان د هـ // ب جـ

(٤) أ ب جـ د شكل رباعى تقاطع قطراه فى هـ فإذا كان أ هـ = ٦سم ، ب هـ = ١٣سم ، هـ جـ = ١٠سم ، هـ د = ٧٫٨سم

أثبت أن أ ب جـ د شبه منحرف

(٥) أوجد طول هـ و

ثم أثبت أن

د هـ // ب و

فى لحظة ما كان عمر خالد ١٠ سنوات وعمر أحمد ربع عمر خالد (فى نفس اللحظة).. متى يصير عمر أحمد ثلث عمر خالد؟

fb/Quiz.Math.Puzzles

مقوله أعجبتني :

إجعل من يراك

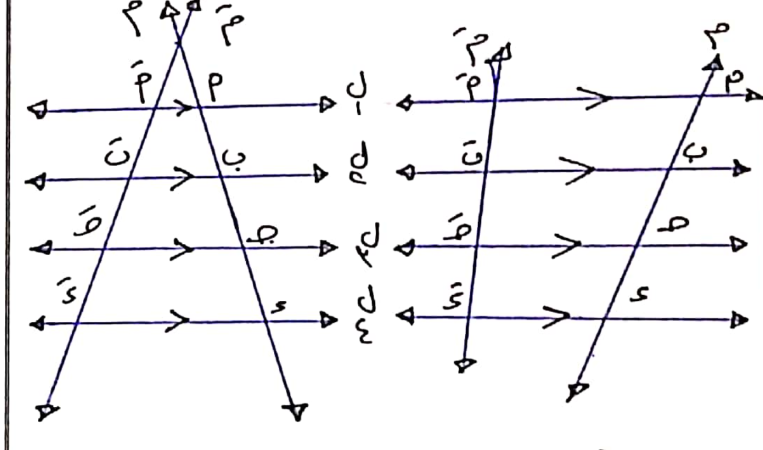
يدعو لمن رباك

الوحدة الثانية

الدرس الثانى : نظرية تاليس

نظرية تاليس العامة

إذا قطع مستقيمان عدة مستقيمات متوازية فإن أطوال القطع الناتجة على أحد القاطعين تكون متناسبة مع أطوال القطع الناتجة على القاطع الآخر



$\frac{أب}{أ ن} = \frac{ب جـ}{ن هـ} = \frac{جـ ء}{هـ ك} = \frac{أ جـ}{أ هـ}$

وكذلك نلاحظ أن

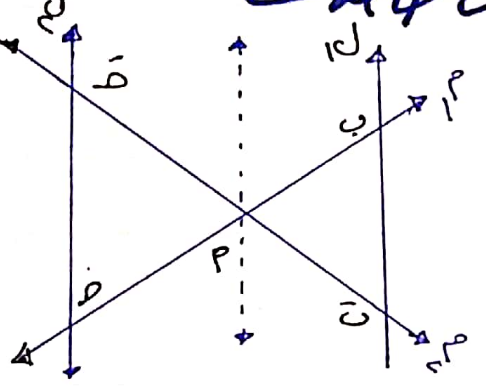
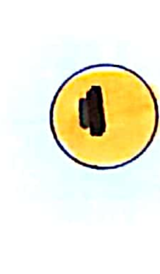
$\frac{أ جـ}{جـ ء} = \frac{أ هـ}{هـ ك}$

$\frac{أ جـ}{جـ ب} = \frac{أ هـ}{هـ ن}$

$\frac{ب ء}{ء أ} = \frac{ن ك}{ك أ}$ وهكذا

حالات خاصة

①

إذا كان $ل_1 // ل // ل_2$ ، م$_1$ ، م$_2$ قاطعان لهما

فإن $\frac{أ ب}{أ جـ} = \frac{أ ن}{أ هـ}$

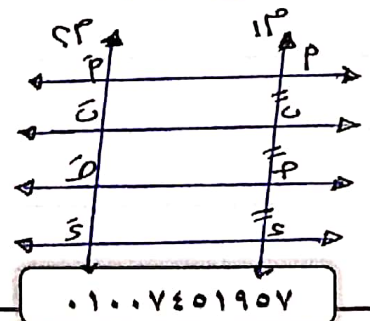
والعكس صحيح

بمعنى إذا كان $\frac{أ ب}{أ جـ} = \frac{أ ن}{أ هـ}$

فإن $\overleftrightarrow{ب ن} // \overleftrightarrow{جـ هـ}$

② نظرية تاليس الخاصة

إذا كانت أطوال القطع الناتجة على أحد القاطعين متساوية فى الطول فإن أطوال القطع الناتجة على القاطع الآخر تكون متساوية أيضاً فى الطول



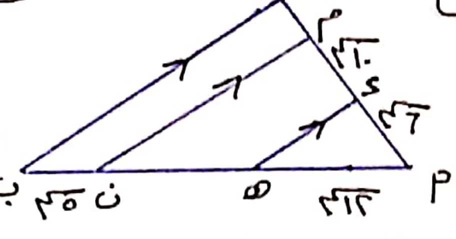
إذا كان

$أ ب = ب جـ = جـ ء$

فإن

$أ ن = ن هـ = هـ ك$

مثال ١



أوجد طول $\overline{هـن}$ ، $\overline{مجـ}$

الحل

∵ $\overline{دهـ} // \overline{من} // \overline{جـب}$

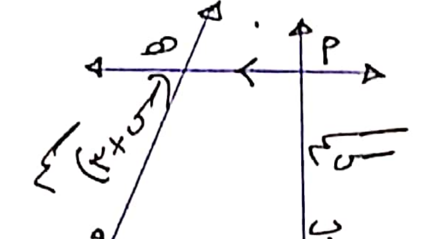
∴ $\frac{أد}{أهـ} = \frac{دم}{هـن} = \frac{مجـ}{نب}$

∴ $\frac{٦}{١٢} = \frac{١٠}{هـن} = \frac{مجـ}{٥}$

∴ هـن $= \frac{١٢ \times ١٠}{٦} = ٢٠$ سم

، مجـ $= \frac{٥ \times ٦}{١٢} = ٢,٥$ سم

مثال ٢



أوجد قيمة س، ص العددية

الحل

∵ $\overleftrightarrow{أهـ} // \overleftrightarrow{بو} // \overleftrightarrow{جـع} // \overleftrightarrow{دن}$

∴ $\frac{أب}{هـو} = \frac{بجـ}{وع} = \frac{جـد}{عن}$

$\frac{س}{س+٣} = \frac{٢ص-٥}{ص} = \frac{٦}{٨}$

∴ $\frac{س}{س+٣} = \frac{٦}{٨}$

٨س = ٦(س+٣)

٨س = ٦س + ١٨

٨س − ٦س = ١٨ ∴ ٢س = ١٨

س = $\frac{١٨}{٢}$ = ٩

وكذلك $\frac{٢ص-٥}{ص} = \frac{٦}{٨}$

٨(٢ص-٥) = ٦ص

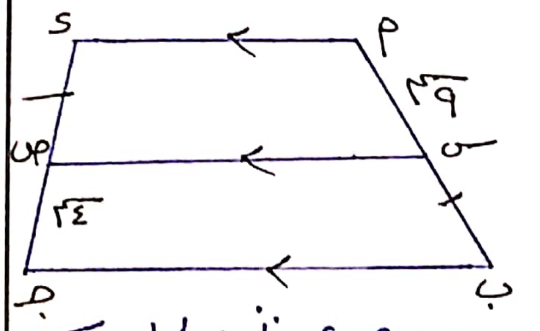
١٦ص − ٤٠ = ٦ص

١٦ص − ٦ص = ٤٠

∴ ١٠ص = ٤٠

∴ ص = ٤

مثال ٣



إذا كان ب س = ص د فأوجد طول $\overline{جـص}$

الحل

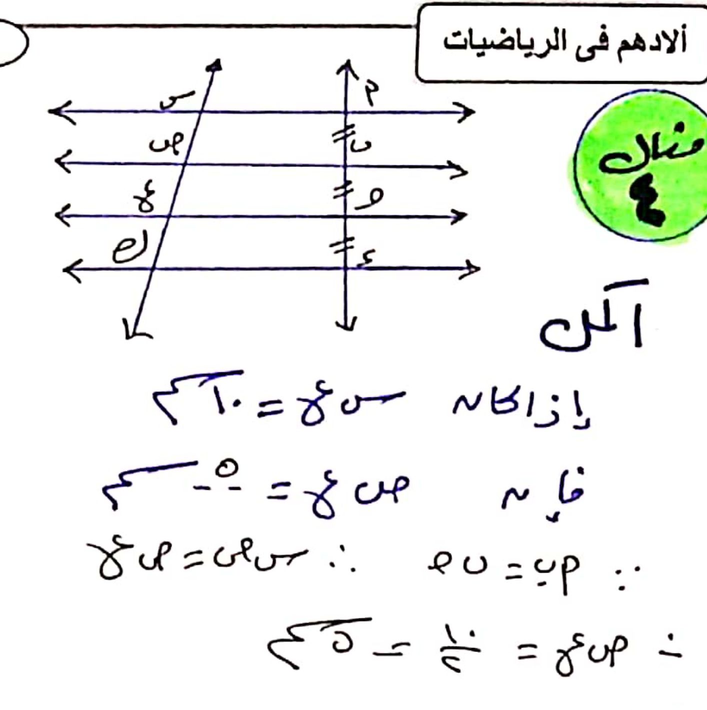
∵ $\overline{أد} // \overline{سص} // \overline{بجـ}$

∴ $\frac{أس}{دص} = \frac{سب}{صجـ}$ ، ∵ سب = صد

∴ $\frac{أس}{صد} = \frac{صد}{صجـ}$ $\frac{٩}{صد} = \frac{صد}{٤}$

∴ $(صد)^2 = ٣٦$ ∴ صد = ٦ سم

مثال ٤



الحل

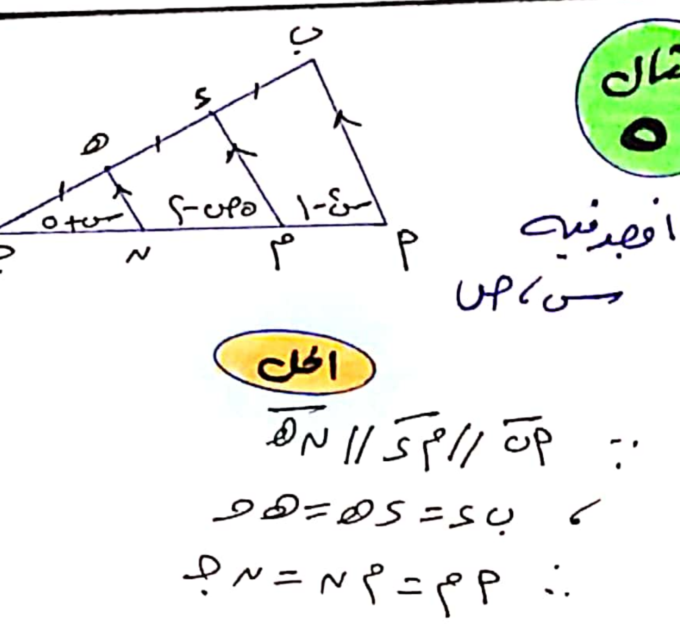
إذا كان س ع = ١٠ سم

فإن ص ع = ... سم

∵ أب = ب و ∴ س ص = ص ع

∴ ص ع = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥ سم

مثال ٥



أوجد قيمة س ، ص

الحل

∵ أب // م د // ن هـ

، ب د = د هـ = هـ جـ

∴ أم = م ن = ن جـ

∴ س² − ١ = س + ٥ ← (١)

س² − س − ١ − ٥ = ٠

س² − س − ٦ = ٠

(س + ٢)(س − ٣) = ٠

س = −٢ أو س = ٣

∴ أم = ٤ − ١ = ٣	أم = ٩ − ١ = ٨
ن جـ = −٢ + ٥ = ٣	ن جـ = ٣ + ٥ = ٨
∴ م ن = ٣	أو م ن = ٨
٥ص − ٢ = ٣	٥ص − ٢ = ٨
٥ص = ٥ ∴ ص = ١	٥ص = ١٠
	ص = ٢

مثال ٦

أوجد قيمة س ، ص

الحل

∵ أد // ب هـ // جـ و ، د هـ = هـ و = و م

∴ أب = ب جـ = جـ م

∴ س² − ٢ = س + ٤ = ٢ص − ٢

س² − ٢ = س + ٤

س² − س − ٢ − ٤ = ٠

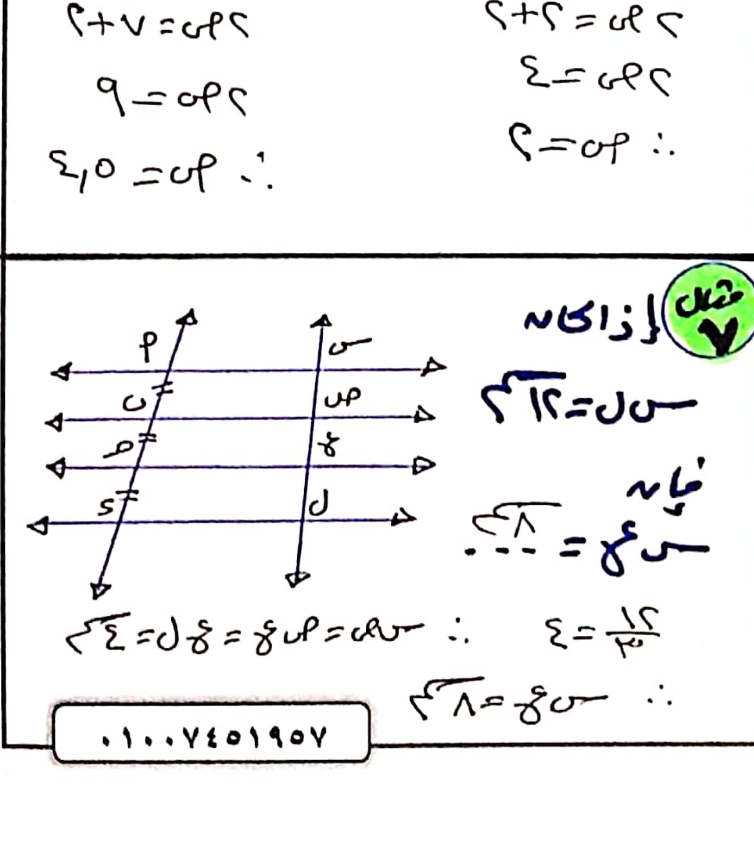
س² − س − ٦ = ٠

(س + ٢)(س − ٣) = ٠

إما س = −٢ أو س = ٣

أب = ٤ − ٢ = ٢	أب = ٩ − ٢ = ٧
ب جـ = −٢ + ٤ = ٢	ب جـ = ٣ + ٤ = ٧
∴ ٢ص − ٢ = ٢	∴ ٢ص − ٢ = ٧
٢ص = ٢ + ٢	٢ص = ٧ + ٢
٢ص = ٤	٢ص = ٩
∴ ص = ٢	∴ ص = ٤,٥

مثال ٧

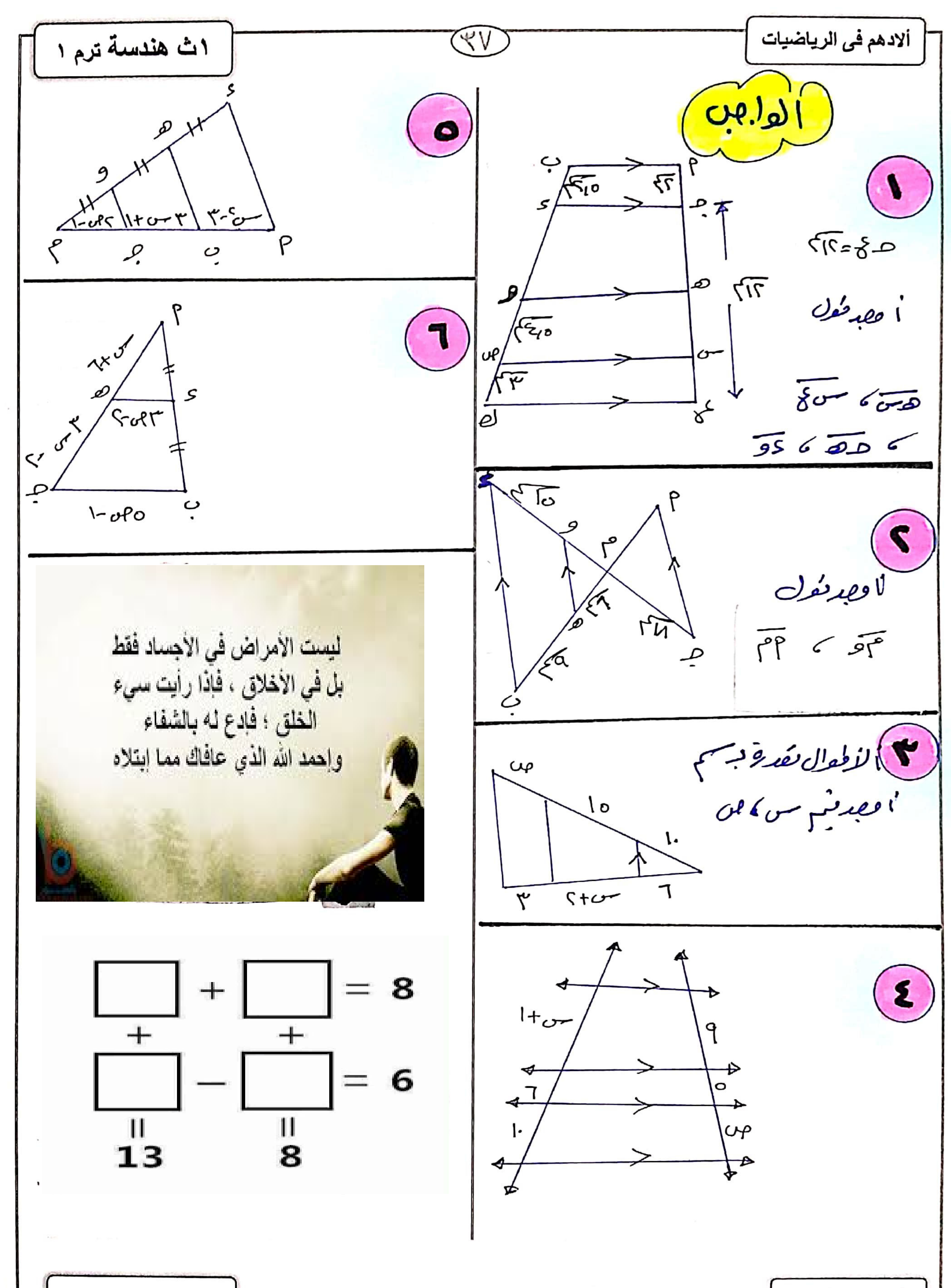


إذا كان س ل = ١٢ سم

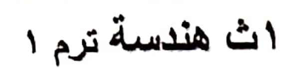
فإن س ع = ... سم

$\frac{١٢}{٣}$ = ٤ ∴ س ص = ص ع = ع ل = ٤ سم

∴ س ع = ٨ سم



ألادهم فى الرياضيات
٢٧
١ث هندسة ترم ١
الواجب
١
أوجد طول
٢
أوجد طول
٣
الأطوال مقدرة بـ سم
أوجد قيمة س ، ص
٤
٥
٦
ليست الأمراض في الأجساد فقط
بل في الأخلاق ، فإذا رأيت سيء
الخلق ؛ فادع له بالشفاء
واحمد الله الذي عافاك مما إبتلاه
+ = 8
- = 6
13
8
٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧
أ/ محمد أدهم

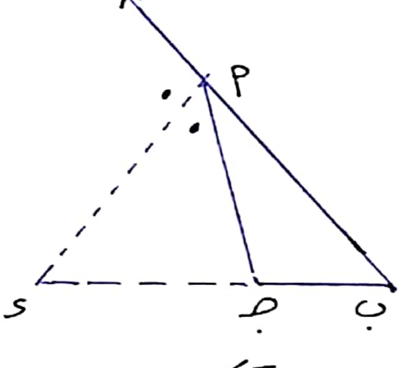


الدرس الثالث : منصفا الزاوية

الوحدة الثانية

نظرية (٣)

إذا نُصفت زاوية رأس مثلث أو الزاوية الخارجة للمثلث عند هذا الرأس ، وقسم المنصف قاعدة المثلث من الداخل أو الخارج إلى جزأين كانت النسبة بين طوليهما تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين



أء منصف خارجي

أء منصف داخلي

$\frac{أب}{أجـ} = \frac{ءب}{ءجـ}$

$\frac{أب}{أجـ} = \frac{ءب}{ءجـ}$



أء = $\sqrt{ءب \times ءجـ - أب \times أجـ}$

أء = $\sqrt{أب \times أجـ - ءب \times ءجـ}$

من الخارج الجزئين - الضلعين

من الداخل الضلعين - الجزئين

ملاحظات

١ المنصفان الداخلي والخارجي لنفس الزاوية من المثلث متعامدان

٢ قياس الزاوية بين المنصف الداخلي والخارجي = ٩٠° [قائمة]

٣ المنصف الخارجي لزاوية رأس المثلث المتساوي الساقين يوازي القاعدة .

٤ منصفات زوايا المثلث الداخلة تتقاطع في نقطة واحدة هي مركز الدائرة الداخلة للمثلث .



من اراد الدنيا فعليه بالقرآن
ومن اراد الآخرة فعليه بالقرآن
ومن اراد هما معاً فعليه بالقرآن

مثال ١

فى الشكل المقابل

أوجد طول $\overline{مب}$ ، $\overline{مء}$

الحل

∵ $\overline{مء}$ ينصف $\hat{م}$

∴ $\frac{مب}{مجـ} = \frac{بء}{ءجـ}$

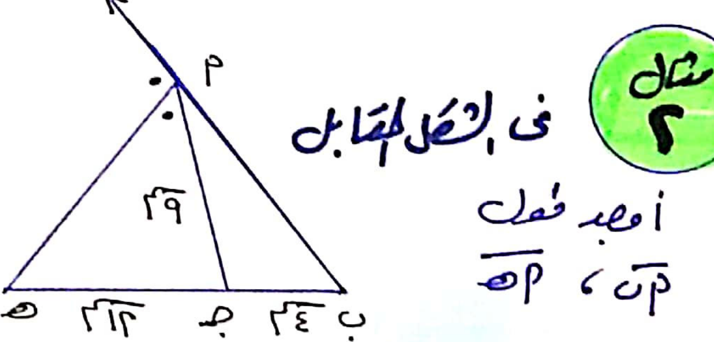
∴ $\frac{مب}{٥} = \frac{٦}{٤}$

$مب = \frac{٥ \times ٦}{٤} = ٧,٥$ سم

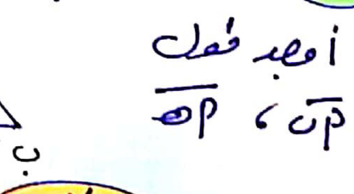
$مء = \sqrt{مب \times مجـ - بء \times ءجـ}$

$= \sqrt{٧,٥ \times ٥ - ٤ \times ٦} \simeq ٣,٧$ سم

مثال ٢



فى الشكل المقابل



$\overline{مهـ}$ المنصف

$\frac{مب}{مجـ} = \frac{هـب}{هـجـ}$

$\frac{مب}{٩} = \frac{١٦}{١٢}$

∴ $مب = \frac{٩ \times ١٦}{١٢} = ١٢$ سم

طول المنصف $\overline{مهـ}$

$مهـ = \sqrt{هـجـ \times هـب - مجـ \times مب}$

$= \sqrt{١٢ \times ١٦ - ٩ \times ١٢}$

$\simeq ٩,١٧$ سم

مثال ٣

فى الشكل المقابل

أوجد طول $\overline{بء}$ ، $\overline{مء}$



∵ $\overrightarrow{مء}$ ينصف $(ب\hat{م}جـ)$

∴ $\frac{بء}{ءجـ} = \frac{مب}{مجـ}$

$ءجـ = ١٠ - بء$

$\frac{بء}{١٠ - بء} = \frac{٨}{١٢}$

$١٢ بء = ٨ (١٠ - بء)$

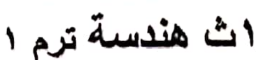
$١٢ بء = ٨٠ - ٨ بء$

$١٢ بء + ٨ بء = ٨٠$

$٢٠ بء = ٨٠$

$بء = \frac{٨٠}{٢٠} = ٤$ سم

∴ $ءجـ = ١٠ - ٤ = ٦$ سم



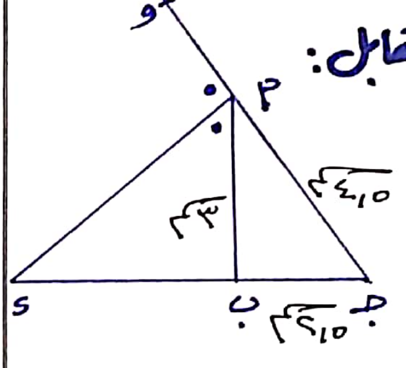
طول المنصف أد

$\text{أد} = \sqrt{\text{أب} \times \text{أجـ} - \text{ب د} \times \text{د جـ}}$

$= \sqrt{٨ \times ١٢ - ٤ \times ٦} \simeq ٨,٤٩$ سم

مثال ٤

في الشكل المقابل: أوجد طول ب د ، أ د



الحل

∵ $\overrightarrow{\text{أد}}$ ينصف $(\text{ب}\hat{\text{أ}}\text{جـ})$

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}} = \frac{\text{د ب}}{\text{د جـ}}$

$\frac{٣}{٤,٥} = \frac{\text{ب د}}{\text{ب د} + ٢,٥}$

$٤,٥ \text{ ب د} = ٣(\text{ب د} + ٢,٥)$

$٤,٥ \text{ ب د} = ٣ \text{ ب د} + ٧,٥$

$٤,٥ \text{ ب د} - ٣ \text{ ب د} = ٧,٥$

$١,٥ \text{ ب د} = ٧,٥$

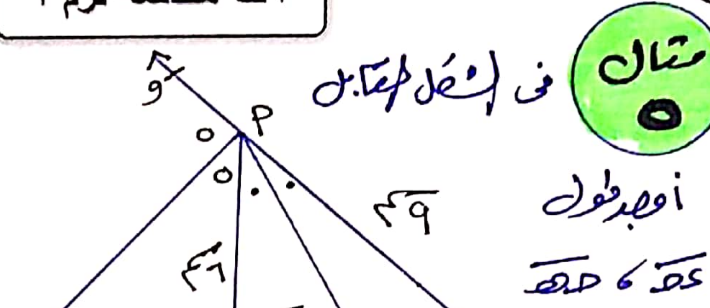
∴ $\text{ب د} = \frac{٧,٥}{١,٥} = ٥$ سم

$\text{أد} = \sqrt{\text{د ب} \times \text{د جـ} - \text{أب} \times \text{أجـ}}$

$= \sqrt{٥ \times ٧,٥ - ٣ \times ٤,٥} \simeq ٤,٩$ سم

مثال ٥

في الشكل المقابل: أوجد طول د جـ ، جـ هـ



الحل

∵ $\overrightarrow{\text{أد}}$ ينصف $\text{ب}\hat{\text{أ}}\text{جـ}$ من الداخل

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}} = \frac{\text{ب د}}{\text{د جـ}}$

$\frac{٩}{٦} = \frac{٨ - \text{د جـ}}{\text{د جـ}}$

$٩ \text{ د جـ} = ٦(٨ - \text{د جـ})$

$٩ \text{ د جـ} = ٤٨ - ٦ \text{ د جـ}$

$٩ \text{ د جـ} + ٦ \text{ د جـ} = ٤٨$

$١٥ \text{ د جـ} = ٤٨$

$\text{د جـ} = \frac{٤٨}{١٥} = ٣,٢$

في Δ أ ب هـ

، ∵ $\overrightarrow{\text{أهـ}}$ ينصف $(\text{جـ}\hat{\text{أ}}\text{و})$ من الخارج

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}} = \frac{\text{ب هـ}}{\text{جـ هـ}}$ ∴ $\frac{٩}{٦} = \frac{\text{جـ هـ} + ٨}{\text{جـ هـ}}$

$٩ \text{ جـ هـ} = ٦(\text{جـ هـ} + ٨)$

$٩ \text{ جـ هـ} = ٦ \text{ جـ هـ} + ٤٨$

$٩ \text{ جـ هـ} - ٦ \text{ جـ هـ} = ٤٨$

$٣ \text{ جـ هـ} = ٤٨$ ∴ $\text{جـ هـ} = \frac{٤٨}{٣} = ١٦$ سم

مثال ٦

أ، هـ، ب، جـ، د
٨ سم، ٦ سم، س سم، ٧ سم، (ص+٢) سم

أوجد قيمة س، ص

الحل

∵ $\overrightarrow{أد}$ ينصف $(\hat{أ})$ الخارجة

∴ $\frac{دجـ}{دب} = \frac{أجـ}{أب} = \frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$

∴ $\frac{ص+٢}{ص+٢+٧} = \frac{٣}{٤}$

$٤(ص+٢) = ٣(ص+٩)$

$٤ص + ٨ = ٣ص + ٢٧$

$٤ص - ٣ص = ٢٧ - ٨$

$ص = ١٩$

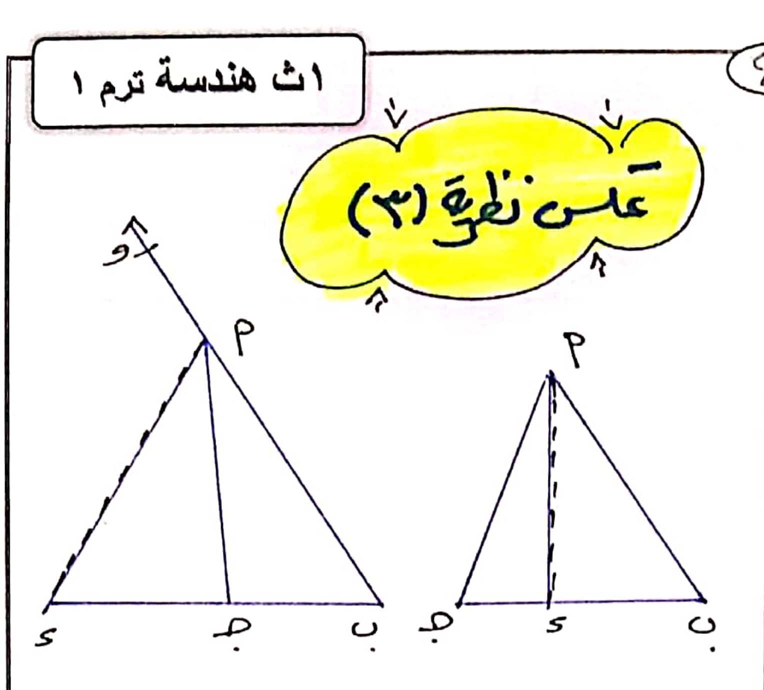
∴ $دجـ = ص+٢ = ١٩+٢ = ٢١$ سم

∴ $أد = \sqrt{دجـ \times دب - أجـ \times أب}$

$= \sqrt{٢١ \times ٢٨ - ٦ \times ٨} \approx ٢٣$ سم

استراحة

عشرة وعشرتين وقلمهم مرتب
وخمسة وثلاثة واثنين يبقوا
كام ؟



إذا كان

$\frac{أب}{أجـ} = \frac{بد}{جـد}$

فإن $\overrightarrow{أد}$ ينصف $(ب\hat{أ}جـ)$ الداخلة أو الخارجة

مثال ٧ في الشكل المقابل

أ، ص، س، جـ، د، ب

اثبت أن

$\overrightarrow{دص}$ ينصف $(أ\hat{د}جـ)$

الحل

في △ أدب ∵ $\overrightarrow{دس}$ ينصف $(أ\hat{د}ب)$

∴ $\frac{أس}{سب} = \frac{أد}{دب}$ ←(١)

في △ أبجـ ∵ $\overline{سص} // \overline{بجـ}$

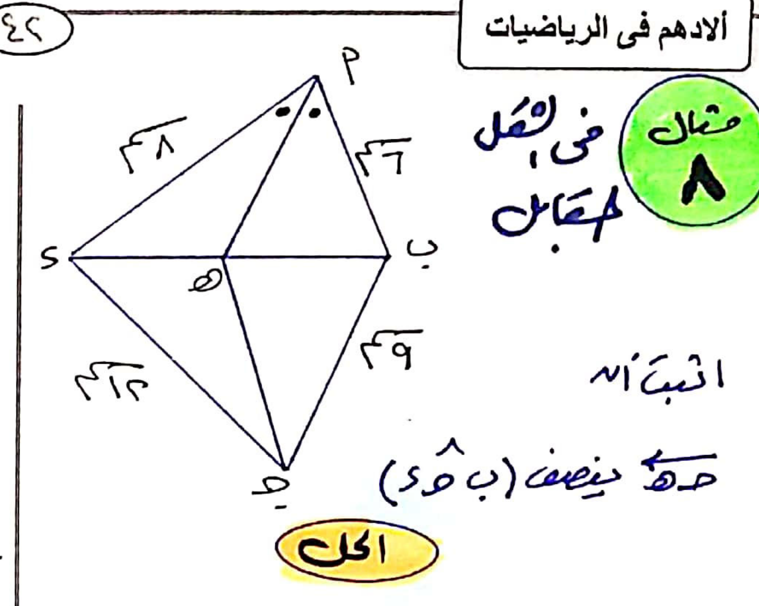
∴ $\frac{أس}{سب} = \frac{أص}{صجـ}$ ←(٢)

من (١)، (٢) ينتج أن

$\frac{أد}{دب} = \frac{أص}{صجـ}$ ، ∵ دب = دجـ

∴ $\frac{أد}{دجـ} = \frac{أص}{صجـ}$ ∴ $\overrightarrow{دص}$ ينصف $(أ\hat{د}جـ)$

مثال ٨ في الشكل المقابل



اثبت أن

$\overrightarrow{جه}$ ينصف ($\hat{}$ب ج د)

الحل

في △ أ ب د فيه $\overrightarrow{أه}$ ينصف ($\hat{}$ب أ د)

∴ $\frac{هب}{هد} = \frac{أب}{أد} = \frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$ ← (١)

في △ ب ج د

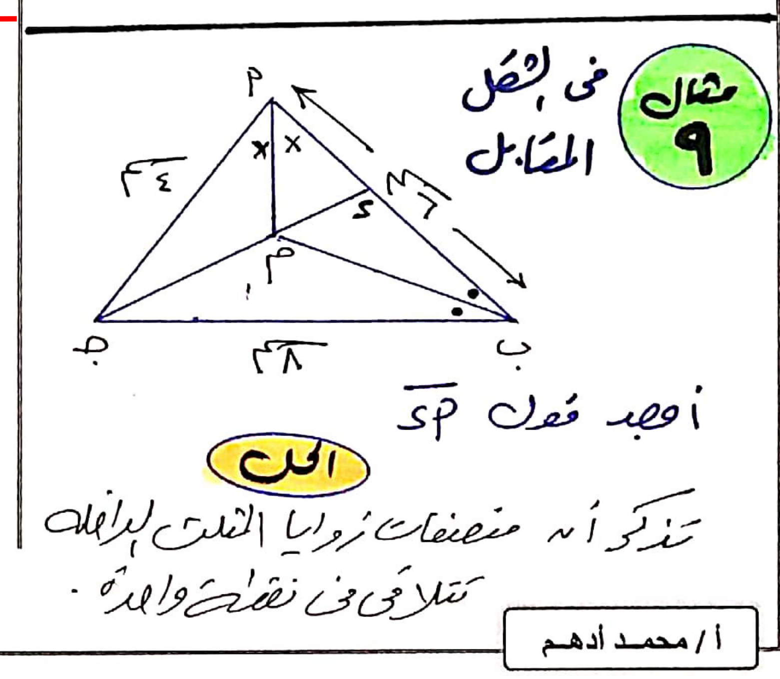
∵ $\frac{جب}{جد} = \frac{٩}{١٢} = \frac{٣}{٤}$ ← (٢)

∴ من (١) ، (٢)

$\frac{هب}{هد} = \frac{جب}{جد}$

∴ $\overrightarrow{جه}$ ينصف ($\hat{}$ب ج د) #

مثال ٩ في الشكل المقابل



أوجد طول أد

الحل

تذكر أن منصفات زوايا المثلث الداخلة تتلاقى في نقطة واحدة.

∵ $\overrightarrow{أم}$ ينصف ($\hat{}$ب أ ج) ، ب م ينصف ...

∴ م هي نقطة تلاقي منصفات زوايا △ أ ب ج

∴ $\overrightarrow{جم}$ ينصف ($\hat{}$أ ج ب)

∴ في △ أ ب ج ∴ $\frac{دأ}{دب} = \frac{جأ}{جب} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

$\frac{أد}{٦ - أد} = \frac{١}{٢}$

٢أد = ٦ - أد

٣أد = ٦

٣أد = ٦ ∴ أد = $\frac{٦}{٣}$ = ٢سم

حكمة

الإعتذار عن الخطاء لا يجرح كرامتك ...

بل يجعلك كبيراً بعين من اخطأت بحقه ...

حكمة اليوم

أنت من تحدد قيمة نفسك

فلا تصغر من شأنك حين ترى

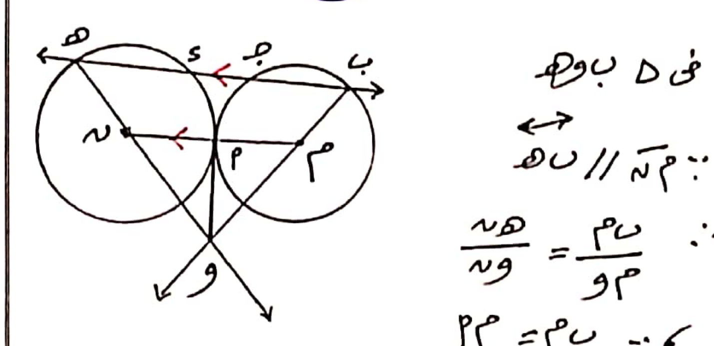
فخامة الآخرين فلو كانت القيمة

مثال ١٠

إذا كانت م ، ن دائرتان متماستان من الخارج في أ رسم مستقيم يوازي $\overleftrightarrow{م ن}$ فقطع الدائرة م في ب ، جـ والدائرة ن في د ، هـ على الترتيب . فإذا تقاطع $\overrightarrow{ب م}$ ، $\overrightarrow{هـ ن}$ في و

أثبت أن $\overrightarrow{و أ}$ ينصف $(\hat{م و ن})$

الحل



في △ ب و هـ

∵ $\overleftrightarrow{م ن} // \overleftrightarrow{ب هـ}$

∴ $\frac{ب م}{م و} = \frac{هـ ن}{ن و}$

، ∵ ب م = م أ

، هـ ن = أ ن

∴ $\frac{م أ}{م و} = \frac{أ ن}{ن و}$ ∴ $\frac{أ م}{أ ن} = \frac{م و}{و ن}$

∴ $\overrightarrow{و أ}$ ينصف $(\hat{م و ن})$. #

مثال ١١

في الشكل المقابل

من معطيات الشكل

① أثبت أن $\overrightarrow{أ د}$ ينصف $(\hat{أ})$

② أوجد : م(△ أ ب و) : م(△ د ب و)

الحل

① في △ أ ب جـ ∵ د جـ = ١٠ - ٤ = ٦ سم

∴ $\frac{ب د}{د جـ} = \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$

، $\frac{أ ب}{أ جـ} = \frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣}$

∴ $\frac{ب د}{د جـ} = \frac{أ ب}{أ جـ}$

∴ $\overrightarrow{أ د}$ ينصف $(\hat{أ})$ # أولاً

② في △ أ ب و : ∵ $\overrightarrow{أ هـ}$ ينصف $(\hat{أ})$ ، $\overline{أ هـ} \perp \overline{ب و}$

من تطابق △△ أ هـ ب ، أ هـ و

∴ △ أ ب و متساوي الساقين

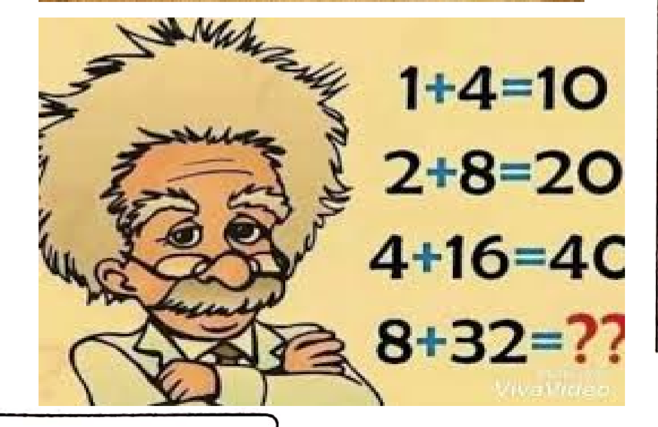
∴ أ ب = أ و = ٦ سم

∴ جـ و = ٩ - ٦ = ٣ سم

، ∵ △△ ب أ و ، ب جـ و مشتركان في الرأس ب ، $\overleftrightarrow{أ جـ}$

∴ $\frac{م(△ أ ب و)}{م(△ جـ ب و)} = \frac{أ و}{و جـ} = \frac{٦}{٣} = ٢$

تذكر أن النسبة بين مساحتي مثلثين مرسومين على قاعدة واحدة ومشتركان في الرأس تساوي النسبة بين طولي قاعدتيهما .



"حين سكت أهل الحق
عن الباطل ،
توهم أهل الباطل
أنهم على حق"
علي بن ابي طالب

اختر

١ فى الشكل المقابل: ب ء = ... سم

أ ، ٨ سم ، ٦ سم ، جـ ، ء ، ب ، ١٠,٥

(أ) ٤ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) ٤,٥ (ء) ٤٥

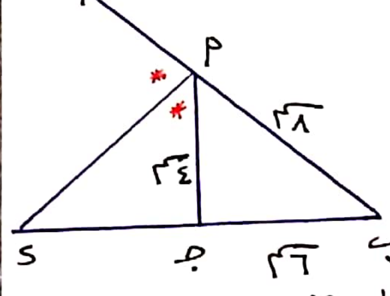
$\frac{ب ء}{ء جـ} = \frac{أب}{أجـ} = \frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$

بفرض أن ب ء = ٣ل ، ء جـ = ٤ل

∴ ب جـ = ٧ل

ب ء = $\frac{٣}{٧}$ × ١٠,٥ = ٤٥

٢ ء جـ = ... سم



(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ٤ (ء) ٨

أء منصف خارجى للزاوية (أ)

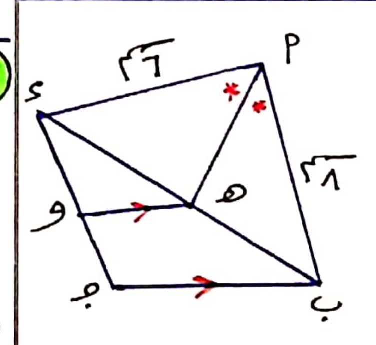
∵ $\frac{ء جـ}{ء ب} = \frac{أجـ}{أب} = \frac{١}{٢}$

$\frac{ء جـ}{ء جـ + ٦} = \frac{١}{٢}$

٢ ء جـ = ء جـ + ٦

∴ ء جـ = ٦ سم

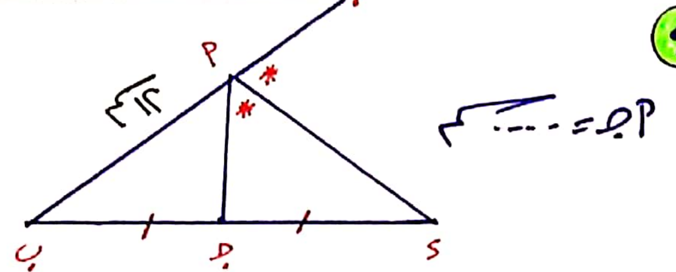
٣ $\frac{ء و}{و جـ} = \frac{.....}{.....}$



(أ) $\frac{٤}{٣}$ (ب) $\frac{٨}{٧}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (ء) $\frac{٣}{٤}$

$\frac{ء و}{و جـ} = \frac{ء هـ}{هـ ب} = \frac{أ ء}{أ ب} = \frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$

٤ أ جـ = ... سم



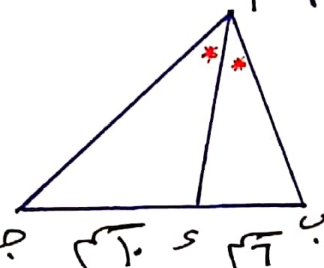
(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (ء) ٨

أء منصف خارجى للزاوية (أ)

$\frac{ء جـ}{ء ب} = \frac{أ جـ}{أ ب}$ ∵ $\frac{ء جـ}{ء ب} = \frac{١}{٢}$

∴ $\frac{أ جـ}{١٢} = \frac{١}{٢}$ ∴ أ جـ = ٦ سم

٥ إذا كان أ جـ − أ ب = ٦ سم فإن أ جـ = ... سم



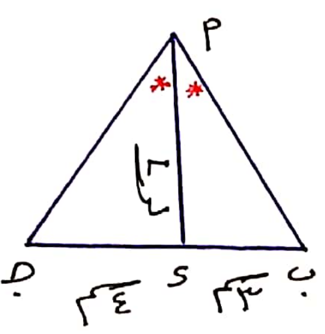
(أ) ١٣ (ب) ١٤ (جـ) ١٥ (ء) ١٦

∵ أجـ − أب = ٦ ∴ أجـ − ٦ = أب

∵ أء منصف داخلى ∴ $\frac{أب}{أجـ} = \frac{ب ء}{ء جـ} = \frac{٦}{١٠}$

$\frac{أجـ - ٦}{أجـ} = \frac{٦}{١٠}$ مقص ∴ أجـ = ١٥ سم

٦ أ جـ = ... سم



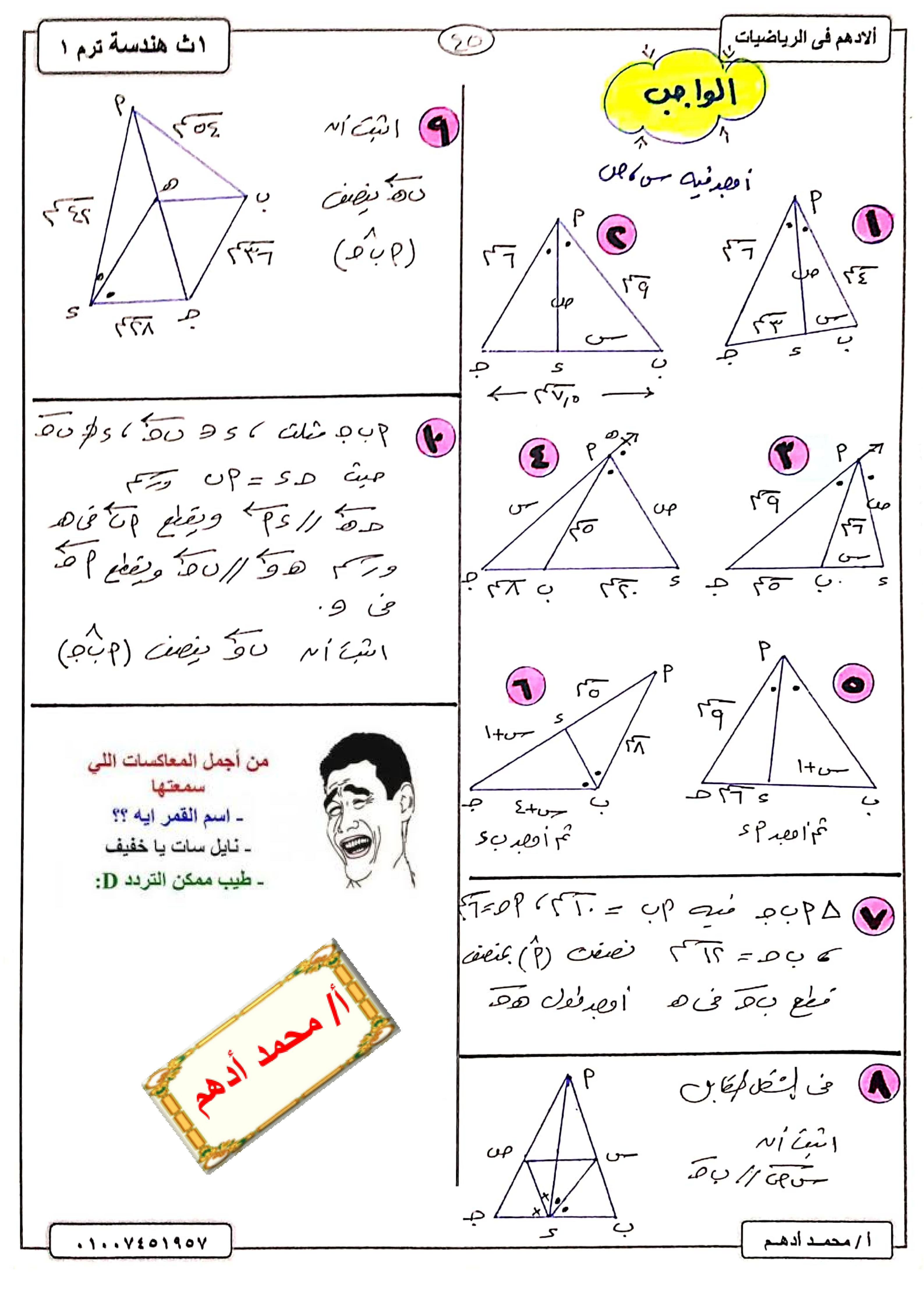
(أ) ١٢ (ب) ١٠ (جـ) ٩ (ء) ٨

أب = ٣ل ، أجـ = ٤ل

$\sqrt{٣ل × ٤ل - ١٢} = ٦$ بتربيع الطرفين

١٢ل² − ١٢ = ٣٦ ∴ ١٢ل² = ٤٨ ل² = ٤

∴ ل = ٢ ∴ أجـ = ٤ × ٢ = ٨ سم



الواجب

أوجد فيه س ، ص

٧ △ أ ب جـ فيه أ ب = ٢٠ سم ، أ جـ = ٣٦ سم ، ب جـ = ١٢ سم نصفت (أ) بمنصف قطع ب جـ فى هـ أوجد طول هـ جـ

٨ فى الشكل المقابل أثبت أن س ص // ب جـ

٩ أثبت أن ب هـ ينصف (أ ب جـ)

١٠ أ ب جـ مثلث ، د ∈ ب جـ ، د ∉ ب جـ حيث د جـ = أ ب ورسم جـ هـ // د أ ويقطع ب أ فى هـ ورسم هـ و // ب جـ ويقطع أ جـ فى و .
أثبت أن ب و ينصف (أ ب جـ)

من أجمل المعاكسات اللي سمعتها
- اسم القمر ايه ؟؟
- نايل سات يا خفيف
- طيب ممكن التردد :D

أ/ محمد أدهم

الوحدة الثانية

الدرس الرابع : تطبيقات التناسب فى الدائرة

قوة نقطة بالنسبة للدائرة

قم (ء) = (ءم)² - نق²

قوة النقطة ء بالنسبة للدائرة م = (البعد بين النقطة والمركز)² - نق²

إذا كانت قم (ء) > ٠ موجبة

∴ ءم > نق وتكون النقطة خارج الدائرة

إذا كانت قم (ء) = ٠

∴ ءم = نق وتكون النقطة تقع على الدائرة.

إذا كانت قم (ء) < ٠ سالبة

∴ ءم < نق وتكون النقطة داخل الدائرة.

مثال ١ إذا كان م دائرة نصف قطرها نق فأوجد قوة النقطة ء فى الحالات التالية

١) ءم = ١٢ سم ، نق = ٩ سم

الحل

قم (ء) = (ءم)² - (نق)²

= (١٢)² - (٩)² = ٦٣

∴ النقطة تقع خارج الدائرة

٢) ءم = ٧√ سم ، نق = ٧√ سم

الحل

قم (ء) = (ءم)² - نق²

= ٧√² - ٧√² = صفر

∴ ء تقع على محيط الدائرة.

٣) ءم = ٦ سم ، نق = ٧ سم

الحل

قم (ء) = (ءم)² - نق²

= (٦)² - (٧)² = -١٣

∴ ء داخل الدائرة

مثال ٢ إذا كان نق = ٣ سم حدد موقع النقط التالية والبعد إذا كان

١) قم (ء) = ١٦

الحل

قم (ء) > ٠ موجب

∴ ء خارج الدائرة

قم (ء) = (ءم)² - نق²

(ءم)² - ٣² = ١٦

(ءم)² = ١٦ + ٩ = ٢٥

∴ ءم = ٢٥√ = ٥ سم

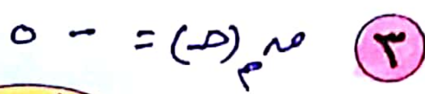


٢) $ق_م(ب) = صفر$

الحل

∵ $ق_م(ب) = صفر$ ∴ ب تقع على الدائرة

∴ م ب = نق = ٣ سم



٣) $ق_م(جـ) = -٥$

الحل

∵ $ق_م(جـ) = -٥ < ٠$ سالب يعني

∴ جـ تقع داخل الدائرة

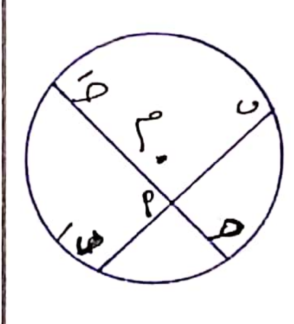
∵ $ق_م(جـ) = (م جـ)^٢ - نق^٢$

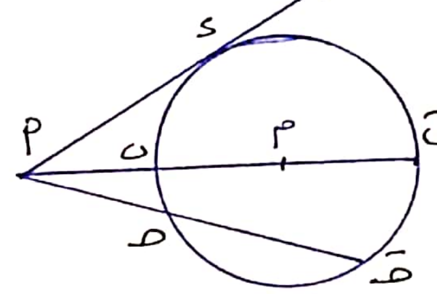
$(م جـ)^٢ - ٣^٢ = -٥$

$(م جـ)^٢ = -٥ + ٩ = ٤$

∴ م جـ = $\sqrt{٤}$ = ٢ سم

ملاحظات





$ق_م(أ) = -أب × أب'$

$= -أجـ × أجـ'$

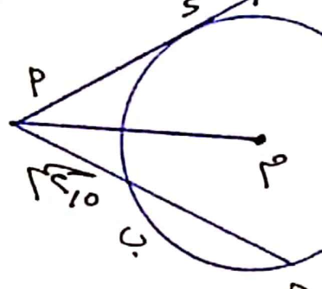
$ق_م(أ) = أب × أب'$

$= أجـ × أجـ'$

$= (أد)^٢$



مثال ٣



نق = ٣ سم

أم = ٥ سم

أب = ٢,٥ سم

أوجد طول كلاً من $\overline{بجـ}$ ، $\overline{أد}$

الحل

∵ $ق_م(أ) = (أم)^٢ - نق^٢ = (٥)^٢ - (٣)^٢ = ١٦$

، ∵ $ق_م(أ) = أب × أجـ = (أد)^٢ = ١٦$

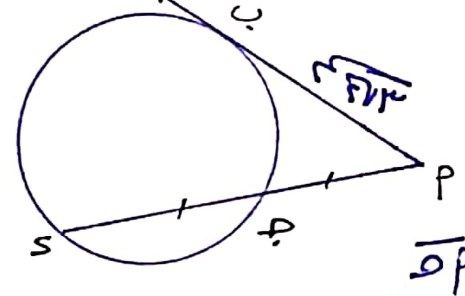
∴ أب × أجـ = ١٦

٢,٥ × أجـ = ١٦ ∴ أجـ = $\frac{١٦}{٢,٥}$

∴ أجـ = ٦,٤ سم ∴ بجـ = ٦,٤ - ٢,٥ = ٣,٩ سم

، ∵ $(أد)^٢ = ١٦$ ∴ أد = $\sqrt{١٦}$ = ٤ سم

مثال ٤



أوجد طول $\overline{أجـ}$

الحل

∵ أجـ × أد = $(أب)^٢$

∴ أجـ × ٢أجـ = $(٣\sqrt{٢})^٢$

$٢(أجـ)^٢ = ١٨$

∴ $(أجـ)^٢ = \frac{١٨}{٢} = ٩$

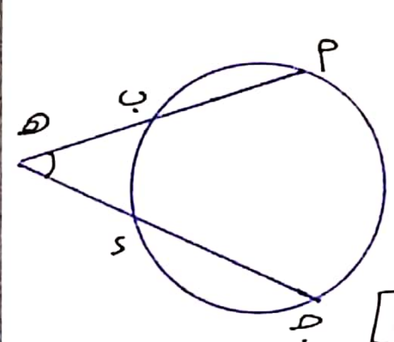
∴ أجـ = $\sqrt{٩}$ = ٣ سم



لاحظ: إذا كانت $ق_م(أ) = نق$ فإنه أ ∉ الدائرة تعرف ليه ؟؟

زاوية تقاطع وترين

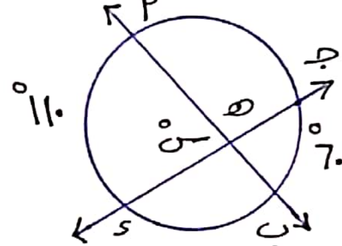
داخل الدائرة



ق(∠أهـجـ) = $\frac{1}{2}$ [ق(أجـ) + ق(ب د)]

= $\frac{1}{2}$ مجموع القوسين المقابلين لها

خارج الدائرة

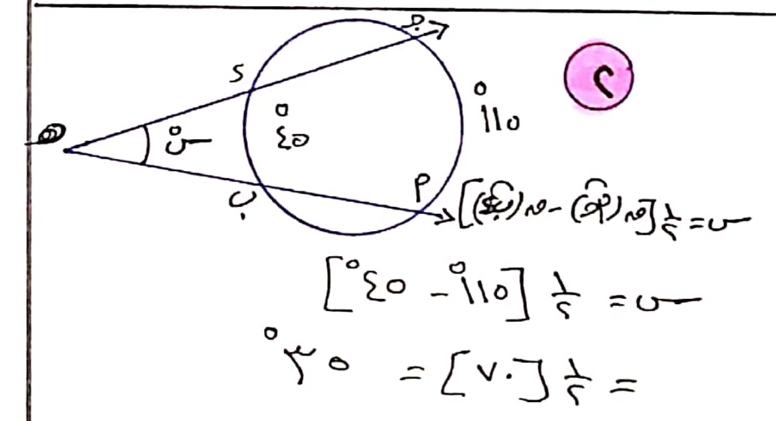


ق(∠هـ)

= $\frac{1}{2}$ [ق(أجـ) − ق(ب د)]

= $\frac{1}{2}$ [قياس القوس الأكبر − قياس القوس الأصغر]

سؤال ٥: أوجد قيمة س فى كل مما يلى



①

س = $\frac{1}{2}$ [ق(أد) + ق(ب جـ)]

س = $\frac{1}{2}$ [١١٠ + ٦٠]

= $\frac{1}{2}$ × (١٧٠)

= ٨٥°

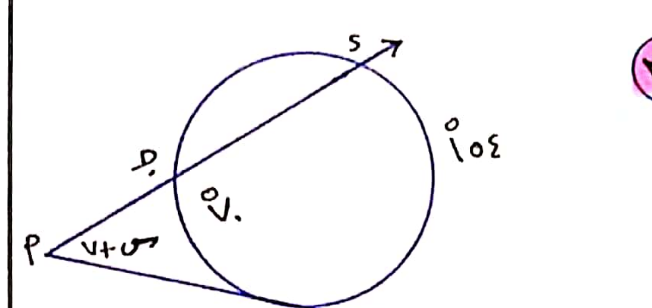
②

س = $\frac{1}{2}$ [ق(أجـ) − ق(ب د)]

س = $\frac{1}{2}$ [١١٥° − ٤٥°]

= $\frac{1}{2}$ [٧٠] = ٣٥°

③



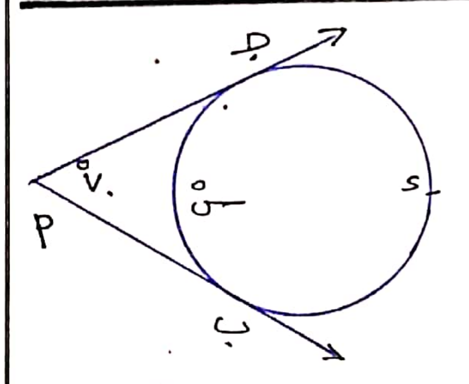
(س+٧) = $\frac{1}{2}$ [ق(أب) − ق(ب جـ)]

= $\frac{1}{2}$ [١٥٤ − ٧٠] = $\frac{1}{2}$ × ٨٤ = ٤٢°

س + ٧ = ٤٢   س = ٤٢ − ٧

∴ س = ٣٥

④



∵ قياس الدائرة = ٣٦٠° ، ق(ب جـ) = س

∴ ق(ب د جـ) = ٣٦٠° − س

∴ ٧٠ = $\frac{1}{2}$ [ق(ب د جـ) − ق(ب جـ)]

$\frac{1}{2}$ [٣٦٠ − س − س] = ٧٠

$\frac{1}{2}$ [٣٦٠ − ٢س] = ٧٠   (×٢)

٣٦٠ − ٢س = ١٤٠

−٢س = ١٤٠ − ٣٦٠

−٢س = −٢٢٠

∴ س = $\frac{-٢٢٠}{-٢}$ = ١١٠°



إذا كان $ق_م(أ) = ق_ن(أ)$ فإن
أ تقع على المحور الأساسي للدائرتين م ، ن

وإذا كان $ق_م(أ) = ق_ن(أ)$
، $ق_م(ب) = ق_ن(ب)$
فإن $\overleftrightarrow{أب}$ محور أساسي للدائرتين م ، ن

مثال ٦

دائرتان م ، ن متماستان من الخارج في أ ، $\overleftrightarrow{أب}$ مماس مشترك للدائرتين م ، ن ، $\overrightarrow{بجـ}$ يقطع الدائرة م في جـ ، د ، $\overrightarrow{بهـ}$ يقطع الدائرة ن في هـ ، و على الترتيب

المطلوب

(١) اثبت أن $\overleftrightarrow{أب}$ محور أساسي للدائرتين م ، ن

(٢) إذا كان $ق_م(ب) = ٣٦$ ، بجـ = ٤ سم ، هـو = ٩ سم أوجد طول كلاً من $\overline{جـد}$ ، $\overline{أب}$ ، $\overline{بهـ}$

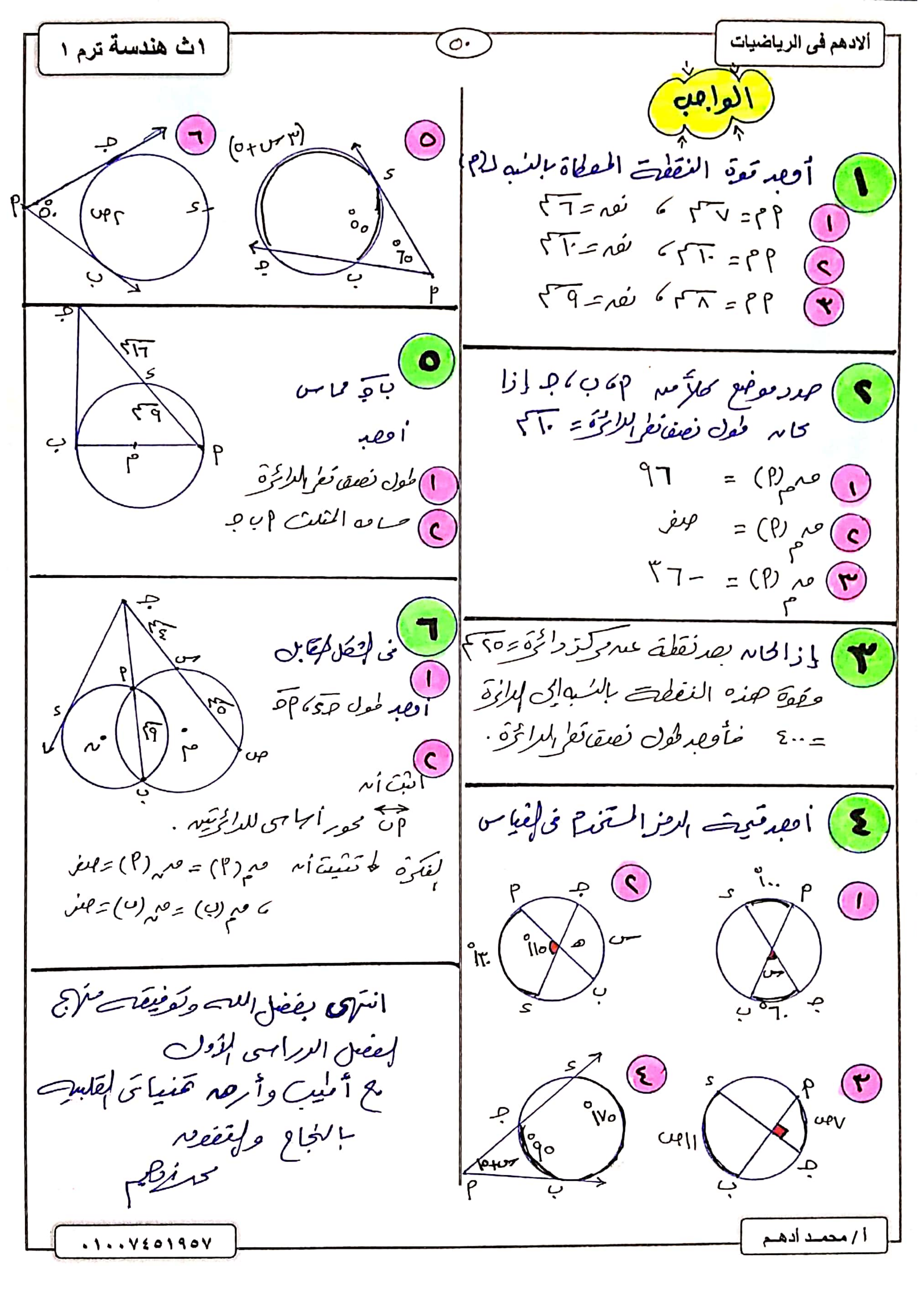
الحل

∵ أ تقع على الدائرة م
، أ تقع على الدائرة ن
∴ $ق_م(أ) = ق_ن(أ) = ٠$
، ∵ $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م عند أ
∴ $ق_م(ب) = (أب)^2$
، ∵ $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة ن عند أ
∴ $ق_ن(ب) = (أب)^2$
∴ $ق_ن(ب) = (أب)^2$
∴ $ق_م(ب) = ق_ن(ب)$
∴ $\overleftrightarrow{أب}$ محور أساسي للدائرتين م ، ن #

∵ $ق_م(ب) = بجـ \times بد$
∴ $٣٦ = ٤ \times بد$
∴ بد = ٩ سم ∴ جـد = ٥ سم

∵ $(أب)^2 = بجـ \times بد$
$= ٤ \times ٩ = ٣٦$
∴ أب = ٦ سم

، ∵ $(أب)^2 = بهـ \times بو$
$٣٦ = (بهـ)(بهـ + ٩)$
$(بهـ)^2 + ٩(بهـ) - ٣٦ = ٠$
$(بهـ + ١٢)(بهـ - ٣) = ٠$
∴ بهـ = ٣ سم



الواجب

١ أوجد قوة النقطة المعطاة بالنسبة للدائرة م

(١) م أ = ٧ سم ، نق = ٦ سم

(٢) م أ = ١٠ سم ، نق = ١٠ سم

(٣) م أ = ٨ سم ، نق = ٩ سم

٢ حدد موضع كل من أ ، ب ، جـ إذا كان طول نصف قطر الدائرة = ١٠ سم

(١) ق م (أ) = ٩٦

(٢) ق م (أ) = صفر

(٣) ق م (أ) = -٣٦

٣ إذا كان بعد نقطة عن مركز دائرة = ٢٥ سم وقوة هذه النقطة بالنسبة إلى الدائرة = ٤٠٠ فأوجد طول نصف قطر الدائرة.

٤ أوجد قيمة الرمز المستخدم في القياس

٥

٦

٥ بجـ مماس

أوجد

(١) طول نصف قطر الدائرة

(٢) مساحة المثلث أ ب جـ

٦ في الشكل المقابل

(١) أوجد طول جـ ء ، جـ ص

(٢) أثبت أن أب ↔ محور أساسي للدائرتين.

الفكرة: تثبت أن ق م (أ) = ق ن (أ) = صفر ، ق م (ب) = ق ن (ب) = صفر

انتهى بفضل الله وتوفيقه منهج الفصل الدراسي الأول

مع أطيب وأرق تمنياتي القلبية بالنجاح والتفوق

محمد أدهم